

RICARDO WONSEUK KIM

**ANÁLISE DA EVOLUÇÃO DO BETA DE ATIVOS DE
RENDIA VARIÁVEL ATRAVÉS DO MONITORAMENTO
DE PERFIL**

Trabalho de Formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção do Diploma
de Engenheiro de Produção.

São Paulo

2008

RICARDO WONSEUK KIM

**ANÁLISE DA EVOLUÇÃO DO BETA DE ATIVOS DE
RENDA VARIÁVEL ATRAVÉS DO MONITORAMENTO
DE PERFIL**

Trabalho de Formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção do Diploma
de Engenheiro de Produção.

Orientadora:

Prof^a Dr^a Linda Lee Ho

São Paulo

2008

Kim, Ricardo Wonseuk

Análise da evolução do Beta de ativos de renda variável/
Ricardo Wonseuk Kim. – São Paulo, 2008.
125 f.

Trabalho de Formatura – Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de
Produção.

1. Monitoramento de Perfil 2. Beta 3. Retas de
Regressão

I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.
Departamento de Engenharia de Produção.

À minha família,

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais e minha irmã, pois sem eles nada disto seria possível. Obrigado por terem oferecido todas as oportunidades para que eu chegasse até este momento. Devo tudo a vocês!

Aos meus amigos, que torceram por mim e estiveram ao meu lado.

À professora Linda Lee Ho pela orientação e colaboração.

Aos meus amigos da Escola Politécnica, pelos bons momentos ao longo desses anos.

A todos que de alguma forma colaboraram para que este trabalho pudesse ser concretizado.

RESUMO

Este trabalho abordou o monitoramento e estimação do *beta* de ações, considerando seu importante papel em estratégias de neutralização do risco de mercado a que estão expostas. Para isso, foi utilizada uma recente ferramenta estatística denominada Monitoramento de Perfil Linear, cuja maior parte de seu desenvolvimento foi alcançada nos últimos 10 anos. Sua aplicação tem como objetivo comparar e monitorar mudanças nos parâmetros de diversas retas de regressão, possibilitando a detecção de instabilidades ao longo das amostras estudadas. O modelo proposto neste trabalho prioriza a análise da inclinação (*beta*) de retas que relacionam o retorno do ativo com o retorno do mercado, visando determinar sua estabilidade ao longo do tempo. Constatado que o parâmetro se encontra estatisticamente *sob controle*, é possível realizar uma estimação mais precisa do *beta* da ação, que resultará em uma maior eficácia da estratégia de neutralização do risco de mercado (estratégia *Market Neutral*).

Palavras-chave: Monitoramento. *Beta*. Ações. Neutralização. Retas de regressão.

ABSTRACT

This study approached the monitoring and estimating of the stocks' beta, considering their important role in strategies for neutralization of market risks to which stocks are exposed. For this purpose, a recent statistical tool called Linear Profile Monitoring, with most of its development achieved in the past 10 years, was used. Its application aims to compare and monitor shifts in regression lines parameters, allowing the detection of instability along the samples. The model proposed in this study prioritizes the analysis of the slope (beta) parameter associated with regression lines which relates the asset return with the market return, aiming to determine their stability over time. Established that the parameter is statistically under control, a more accurate estimation for the stock's beta can be achieved, resulting in an increase of the market risk neutralization strategy (Market Neutral strategy) effectiveness.

Keywords: Monitoring. Beta. Stocks. Neutralization. Regression lines.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Tipos de Risco	33
Figura 3.1 – Conjunto de Oportunidades de Investimento	38
Figura 3.2 – Fronteira Eficiente	39
Figura 3.3 – Gráfico de Controle Típico	51
Figura 3.4 – Descrição das Fases I e II	53
Figura 4.1 – Simulação para mudanças no coeficiente linear	68
Figura 4.2 – Simulação para mudanças na inclinação	69
Figura 4.3 – Simulação para mudanças o desvio-padrão	70
Figura 4.4 – Esquematização do horizonte de análise	76
Figura 4.5 – Gráfico de Controle da Inclinação	77
Figura 4.6 – Gráfico de Controle do Desvio-Padrão.....	77
Figura 4.7 – Verificação de Instabilidade	78
Figura 4.8 – Exclusão de amostra instável.....	79
Figura 4.9 – Fluxograma do Modelo Proposto	79
Figura 5.1 – Estágios da cotação de NETC4 e Ibovespa	84
Figura 5.2 – Gráfico de Controle da inclinação para NETC4.....	85
Figura 5.3 – Gráfico de Regressão Padrão.....	89
Figura 5.4 – Retas de regressão das amostras de PETR4	90
Figura 5.5 – Primeira iteração para PETR4	91
Figura 5.6 – Segunda iteração para PETR4	92
Figura 5.7 - Retas de regressão das amostras de ITAU4	93
Figura 5.8 – Primeira iteração para ITAU4	94
Figura 5.9 – Segunda iteração para ITAU4	95
Figura 5.10 – Terceira iteração para ITAU4.....	96
Figura 5.11 - Retas de regressão das amostras de PCAR4	97
Figura 5.12 – Primeira iteração para PCAR4.....	98
Figura 5.13 – Segunda iteração para PCAR4.....	99
Figura 5.14 - Retas de regressão das amostras de POSI3	100
Figura 5.15 – Primeira iteração para POSI3	101
Figura 5.16 – Segunda iteração para POSI3	102
Figura 5.17 – Terceira iteração para POSI3.....	103

Figura 5.18 – Gráfico comparativo b-inicial contra b-final para PETR4.....	107
Figura 5.19 - Gráfico comparativo b-inicial contra b-final para ITAU4	107
Figura 5.20 - Gráfico comparativo b-inicial contra b-final para PCAR4.....	108
Figura 5.21 - Gráfico comparativo b-inicial contra b-final para POSI3	108
Figura A.1 - Planilha <i>Formulário</i> do modelo	122
Figura A.2 – Planilha de cálculos do método B.....	123
Figura A.3 – Planilha <i>Gráficos de Controle</i> do método C.....	124

*** As figuras que não contêm indicação da fonte foram elaboradas pelo autor.**

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Divisão das empresas em classes	88
Tabela 5.2 – Valor de Mercado e Volume médio negociado das empresas	88
Tabela 5.3 – Dados de entrada para PETR4	90
Tabela 5.4 - Dados de entrada para ITAU4	93
Tabela 5.5 - Dados de entrada para PCAR4	97
Tabela 5.6 - Dados de entrada para POSI3	100
Tabela 5.7 – Resultado Consolidado da aplicação do Modelo	104
Tabela 5.8 – Valores dos <i>betas</i> determinados	106

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	21
1.1. A EMPRESA	22
1.2. OBJETIVO DO TRABALHO	22
1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	23
2. CONCEITOS DE MERCADO	27
2.1. AÇÕES	27
2.2. MERCADO DE AÇÕES	28
2.3. ÍNDICE BOVESPA	29
2.4. MERCADO FUTURO	29
2.5. ÍNDICE BOVESPA FUTURO	30
2.6. RISCO	32
2.7. GESTÃO DE PORTFÓLIOS	33
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	37
3.1. TEORIA FINANCEIRA	37
3.1.1. <i>Teoria da Seleção de Portfólio</i>	37
3.1.2. <i>Modelos de Fatores – Market Model</i>	40
3.1.3. <i>Estratégia Market Neutral</i>	44
3.2. CONCEITOS ESTATÍSTICOS	47
3.2.1. <i>Regressão Linear Simples</i>	47
3.2.2. <i>Controle Estatístico de Processos</i>	50
3.2.3. <i>Monitoramento de Perfil</i>	52
3.2.4. <i>Metodologias da Fase I</i>	53
4. METODOLOGIA PROPOSTA	67
4.1. COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS DA FASE I	67
4.2. CRITÉRIOS DE DECISÃO	71
4.3. DESCRIÇÃO DA MODELAGEM.....	74

5. APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO E ANÁLISE DOS	
RESULTADOS.....	83
5.1. CASE NET SERVIÇOS DE COMUNICAÇÃO S.A.	83
5.2. APLICAÇÃO PARA DIFERENTES CLASSES DE ATIVOS	87
6. CONCLUSÃO	113
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	117
ANEXO	121

Capítulo 1: INTRODUÇÃO

1. INTRODUÇÃO

A administração de recursos de terceiros, focada em gestão de renda variável, tem como um dos grandes pilares o uso de critérios fundamentalistas para identificação de empresas com grande potencial de valorização. Porém, uma vez que as empresas são identificadas e adicionadas ao portfólio de ações, diversas análises quantitativas são necessárias para que o desempenho do portfólio esteja alinhado com o que foi planejado pelos gestores. Uma dessas análises está ligada ao risco de mercado a que as ações da carteira estão expostas, isto é, o risco do ativo que é explicado pelo comportamento de macrovariáveis da economia.

Para analisar este risco de forma mais objetiva, pode-se utilizar um coeficiente que relaciona o retorno do ativo com o retorno do mercado, que na prática é representado pela carteira teórica do Índice Bovespa. Portanto, é possível mensurar o risco de mercado de um ativo através do coeficiente angular de um modelo de regressão simples entre o retorno do ativo e o retorno do Índice Bovespa. Essa modelagem é conhecida como *Market Model*, e o coeficiente angular da reta é conhecido no mercado como o *beta* do ativo.

Uma utilização bastante conhecida do *beta* de ações está relacionada à estratégia da neutralização do risco de mercado a que o ativo está sujeito, denominada estratégia *Market Neutral*. Aproximando o mercado por algum índice amplo, por exemplo, o Índice Bovespa, é possível fazer uso dos contratos futuros deste índice de forma a neutralizar a parcela de risco do ativo ligado ao mercado. Para isso deve-se estabelecer uma posição vendida destes contratos, fazendo com que a variação do ativo relacionada ao mercado seja anulada pela variação dos contratos futuros de Índice Bovespa. Assim, é através do parâmetro *beta* que ocorre a definição da quantidade de contratos futuros a ser vendida.

Como pode-se observar, a aplicação de conceitos estatísticos no mercado financeiro será o tema central deste trabalho, que visa estudar o risco de mercado a que ativos estão expostos.

A seguir será descrita a empresa onde foi realizado o estágio, e que auxiliou o desenvolvimento deste trabalho.

1.1. A Empresa

Fundada em 1993, a FAMA Investimentos é uma empresa independente de administração de recursos de terceiros, focada em gestão em renda variável. A empresa não possui carteira própria, o que leva a zelar única e exclusivamente pela boa administração dos recursos de seus clientes, evitando a existência de conflitos de interesses. Desde sua fundação, a FAMA Investimentos sempre buscou identificar, a partir de critérios exclusivamente fundamentalistas, empresas com enorme potencial de valorização de longo prazo para compor alternativas únicas de investimento, razão pela qual a empresa atribui grande valor à área de análise.

A FAMA Investimentos foca em critérios qualitativos e política de gestão das empresas na seleção dos ativos da carteira. É entendido pela FAMA que empresas com boas perspectivas operacionais, vantagens competitivas, produtos de qualidade e administradores qualificados são capazes de crescer sustentavelmente com rentabilidade superior a seu custo de capital e ter seu valor de mercado multiplicado ao longo dos anos.

A política de investimentos da empresa se baseia na busca contínua de valor nas empresas, eliminando práticas especulativas. Há sempre a preocupação de identificar empresas de ótima qualidade que tenham um grande potencial para compor alternativas únicas de investimento.

1.2. Objetivo do Trabalho

O *beta* de um ativo pode ser estimado pelos métodos usuais de modelo de regressão, porém verificar sua estabilidade e detectar mudanças neste parâmetro é de suma importância para que a estratégia de neutralização do risco de mercado se

mostre eficaz. Um aumento no valor do *beta* indica que a variação do ativo se tornou mais afetada pelos movimentos de mercado, necessitando de um aumento na quantidade de venda de contratos futuros do Índice Bovespa. Analogamente, se o *beta* diminui, a influência dos movimentos do mercado em relação ao ativo também diminui, necessitando de menos contratos futuros vendidos para neutralizar o risco de mercado do ativo. Portanto, a avaliação constante deste parâmetro é de extrema importância para a estratégia de neutralização do risco de mercado, dado que é através do *beta* que a quantidade de contratos futuros a ser vendida é definida.

Para avaliar a estabilidade do *beta* de um ativo, será usado um procedimento denominado Monitoramento de Perfil. Trata-se de um conjunto de gráficos de controle que visa analisar a evolução dos parâmetros de diversas retas (perfis lineares) obtidas por regressão linear simples, monitorando sua estabilidade ao longo do tempo. Uma vez detectados os perfis lineares instáveis, pode-se identificar as causas especiais relacionadas às instabilidades, tratá-las ou retirá-las da base de dados. Com isso é possível obter uma estimativa dos parâmetros que reflete de forma mais precisa a realidade.

O objetivo do Trabalho de Formatura é utilizar o Monitoramento de Perfil para analisar a evolução do *beta* de ativos ao longo do tempo. Com isso, é possível determinar sua estabilidade ou detectar eventuais mudanças, com a finalidade de estimar este parâmetro de uma forma mais precisa. Esta análise permite a utilização da estimativa em estratégias de minimização do risco sistemático de portfólio de ações.

1.3. Organização do Trabalho

Neste tópico será apresentada uma visão geral da estrutura do trabalho.

O Capítulo 1 apresenta uma introdução aos tópicos que serão abordados ao longo do trabalho, uma breve descrição da empresa em que o autor realiza estágio, e a apresentação do objetivo do trabalho.

O Capítulo 2 descreve alguns conceitos de mercado, necessários para a compreensão do trabalho.

No Capítulo 3, a base teórica deste estudo é apresentada e detalhada. Começando pela literatura financeira, composta pela teoria da Seleção de Portfólio proposta por Markowitz (1952) seguido da apresentação do modelo que relaciona o retorno do ativo com o mercado, o *Market Model*. É através deste modelo e da estratégia *Market Neutral* que será discutida a minimização do risco sistemático em portfólio de ações. Ainda neste capítulo, serão apresentados alguns conceitos estatísticos e o Monitoramento de Perfil, que são base para a modelagem proposta.

O Capítulo 4 é destinado à escolha dos métodos a serem utilizados na modelagem, bem como o detalhamento do modelo proposto. As comparações de desempenho e critérios de decisão são devidamente apresentados nesta seção do trabalho.

No Capítulo 5 é apresentada uma aplicação do modelo em um *case*, e outras aplicações para determinados ativos, juntamente com a análise dos resultados obtidos.

O Capítulo 6 apresenta as considerações e conclusões finais do trabalho, assim como recomendações para trabalhos futuros.

Capítulo 2: CONCEITOS DE MERCADO

2. CONCEITOS DE MERCADO

O objetivo deste trabalho é a aplicação do conceito estatístico de Monitoramento de Perfil no segmento financeiro, mais precisamente relacionado à gestão de portfólio de ações e derivativos. Assim, neste capítulo serão apresentados alguns conceitos de mercado úteis para o entendimento do Trabalho de Formatura.

São eles: ações, o mercado à vista onde são negociadas, mercados de contratos futuros, o índice Bovespa, os riscos relacionados às ações e como portfólios são administrados. Estes conceitos são base para interligar a teoria estatística do Monitoramento de Perfil e o conceito de minimização do risco de mercado que as ações e portfólio de ações estão expostos.

2.1. Ações

As ações, foco principal deste trabalho, são títulos emitidos por sociedades anônimas, que representam uma fração de seu capital social. São geralmente negociadas no mercado e refletem a participação do acionista no capital social da sociedade emissora. As ações podem ser de dois tipos: ordinárias e preferenciais. A ação ordinária (ON) proporciona aos seus titulares direito de voto em assembleias gerais de acionistas, enquanto que a preferencial (PN) confere ao seu titular preferência no recebimento de dividendos ou reembolso no caso de liquidação da sociedade.

Os acionistas estão sujeitos às valorizações ou desvalorizações de suas ações no mercado, e podem usufruir dos seguintes direitos e proventos relacionados aos seus títulos:

- Dividendos: distribuição em moeda de parte dos resultados líquidos de uma sociedade, apurados em determinado exercício social.
 - Juros sobre capital próprio: remuneração do acionista por meio de pagamento de juros calculados sobre o capital próprio, trazendo benefícios fiscais em
-

relação à distribuição de dividendos. Porém esta prática está sujeita a condições e limitações previstas pela legislação específica.

- Bonificação: pode ocorrer em distribuição de ações ou moeda. No caso de incorporação de reservas patrimoniais, novas ações podem ser emitidas e distribuídas aos acionistas, levando em consideração as ações já possuídas. Existem casos em que a sociedade opta por distribuir uma parcela adicional de seus resultados líquidos em moeda aos seus acionistas, além dos dividendos explicitados anteriormente.
- Direitos de Subscrição: direito aos acionistas de subscrever aumento de capital na proporção de ações já possuídas. Como a subscrição não é obrigatória, pode haver negociações dos direitos de subscrição no mercado.

Na seção seguinte será detalhado como as ações são emitidas e negociadas no mercado.

2.2. Mercado de Ações

O mercado de ações pode ser dividido em dois segmentos distintos: mercado primário e secundário. No mercado primário ocorre a canalização dos recursos monetários disponíveis para o financiamento das empresas através da colocação inicial das ações emitidas. É nesta etapa que muitas empresas buscam assessoria de bancos de investimentos, instituições especializadas na fase de colocação e distribuição dos títulos. No mercado secundário são estabelecidas as transferências (renegociações) dos títulos adquiridos no mercado primário. Tais transações geralmente ocorrem nas Bolsas de Valores, que são locais com condições adequadas para a realização de operações de compra e venda de títulos. As Bolsas oferecem mecanismos para que as transações possam ser realizadas no menor tempo possível, ao preço de mercado, formado pelo consenso de oferta e procura, proporcionando assim, liquidez aos títulos. A principal Bolsa de Valores do Brasil é a BM&F

Bovespa (Bolsa de Mercadorias e Futuros / Bolsa de Valores de São Paulo), localizada na cidade de São Paulo.

A BM&F Bovespa tem um importante índice, utilizado como referência local e internacional, de como o mercado brasileiro está se comportando. A próxima seção descreve as características deste importante índice.

2.3. Índice Bovespa

O Índice Bovespa é o principal e mais conhecido índice do mercado financeiro brasileiro, e tem como uma das principais finalidades representar o comportamento médio das principais ações negociadas nos pregões da BM&F Bovespa. Para alcançar tal representatividade, a carteira teórica do Índice Bovespa contém ações cujos volumes de negociações correspondem juntos a mais de 80% do volume de negócios e financeiro observados no mercado à vista. Apesar deste critério de liquidez ser um dos mais importantes para a construção da carteira teórica, outros critérios são analisados, e a cada quatro meses ocorre a verificação e divulgação de uma nova carteira.

2.4. Mercado Futuro

Diferentemente do mercado à vista onde os objetos de negociação são negociados em tempo real, com base na precificação do momento, o mercado futuro tem como base de negociações termos e contratos futuros. Os contratos futuros, especificamente de Índice Bovespa, são objetos de estudo deste trabalho, e serão detalhados nesta e na próxima seção.

Os mercados futuros foram originalmente desenvolvidos para satisfazer as necessidades de produtores e comerciantes agrícolas, que sazonalmente enfrentavam incertezas quanto a sua produção. Dependendo dos acontecimentos futuros, geralmente relacionados à colheita, o valor de sua mercadoria poderia aumentar ou diminuir drasticamente. A saída encontrada para diminuir este risco, que afetava

tanto a parte compradora quanto a vendedora, foi o estabelecimento de um acordo entre as duas partes que pré-fixavam os valores a serem pagos e recebidos pela mercadoria, em uma data futura específica. Assim foi se formando o mercado futuro, que ao longo do tempo foi se organizando e se tornou uma ferramenta muito utilizada nos dias de hoje.

Os contratos futuros representam o acordo fixado entre as partes compradora e vendedora, e determinam a entrega de uma dada mercadoria em uma data específica, por um preço pré-definido. No caso dos contratos futuros financeiros, objeto deste trabalho, a troca de posse física do ativo raramente acontece, uma vez que as partes envolvidas no acordo liquidam suas posições antes do vencimento do contrato, obtendo-se o lucro ou prejuízo em dinheiro.

Os participantes do mercado futuro podem estabelecer posições compradas, isto é, se comprometem a comprar o ativo na data de vencimento, ou vendidas, que têm o compromisso de efetuar a entrega do ativo na data estipulada. Atualmente, os contratos são negociados e regularizados na BM&F Bovespa, a maior instituição ligada ao mercado de valores e derivativos da América Latina.

2.5. Índice Bovespa Futuro

Nesta seção serão abordados alguns aspectos técnicos e operacionais ligados à negociação de contratos futuros de Índice Bovespa, que ocorre na BM&F Bovespa.

Como pode-se observar, o objeto de negociação dos contratos futuros é o Índice Bovespa (Ibovespa). A data de vencimento dos contratos ocorre nos meses pares, em que cada ponto do Ibovespa é cotado a R\$ 1,00, definido pela BM&F Bovespa. A liquidação da posição comprada ou vendida é exclusivamente financeira e inversa à posição original, sendo que o valor absoluto da liquidação é dado por:

$$VL = npm \quad (1)$$

onde:

VL = valor absoluto da liquidação;

n = número de contratos;

p = Ibovespa de liquidação divulgado pela BM&F Bovespa;

m = valor em reais de cada ponto do índice.

No caso de posições em aberto, ao final de cada pregão é calculado o ajuste diário para as posições que não foram liquidadas, com a movimentação financeira ocorrendo no dia útil subsequente. O ajuste diário é calculado até a data de vencimento, seguindo as Eq.(2) e Eq.(3):

a) ajuste das operações realizadas no dia

$$AD_t = (PA_t - PO)mn \quad (2)$$

b) ajuste das posições em aberto

$$AD_t = (PA_t - PA_{t-1})mn \quad (3)$$

onde:

AD_t = valor do ajuste diário;

PA_t = preço de ajuste do dia (em pontos);

PA_{t-1} = preço de ajuste do dia anterior (em pontos);

PO = preço da operação (em pontos);

m = valor de cada ponto do índice (em reais);

n = número de contratos.

O preço de ajuste diário é calculado ao final de cada pregão, através da média ponderada das cotações dos negócios realizados nos últimos 30 minutos do pregão (estabelecido pela BM&F Bovespa).

Na seção seguinte serão descritos os diferentes tipos de risco a que ações e portfólio de ações estão expostos.

2.6. Risco

No ambiente do mercado financeiro, diversas decisões devem ser tomadas frente a diferentes cenários atuais e projeções futuras. Como as decisões financeiras estão fundamentalmente voltadas para o futuro, é preciso adicionar um componente de incerteza em sua análise. Assim, o risco pode ser interpretado como uma medida de incerteza de uma decisão, frente às probabilidades associadas a resultados futuros. Ele pode ser mensurado de diversas formas, porém, a mais comum é o uso de medidas estatísticas como desvio-padrão ou variância, que relacionam a ocorrência de determinados resultados aos seus valores médios esperados.

No caso dos ativos financeiros, pode-se decompor o risco total do ativo em dois: risco sistemático e risco não sistemático.

O risco sistemático é inerente a todos os ativos que estão inseridos no contexto do mercado, isto é, que estão ligados a eventos de natureza econômica, política ou social. Portanto, os ativos financeiros reagem de diferentes formas aos acontecimentos que constituem a situação conjuntural em que estão imersos.

O risco não sistemático está relacionado a características específicas de cada ativo. Este componente do risco total também é denominado risco diversificável, pois pode ser minimizado se combinado com outros ativos que tenham correlação negativa com o ativo de referência. Assim, existe a possibilidade de combinar ativos de forma a minimizar a parcela do risco diversificável, porém a eliminação do risco total não é possível. Isto ocorre porque a diversificação não surte efeito sobre a parcela de risco sistemático dos ativos. Pode-se representar graficamente as diferentes parcelas do risco através da Figura 2.1:

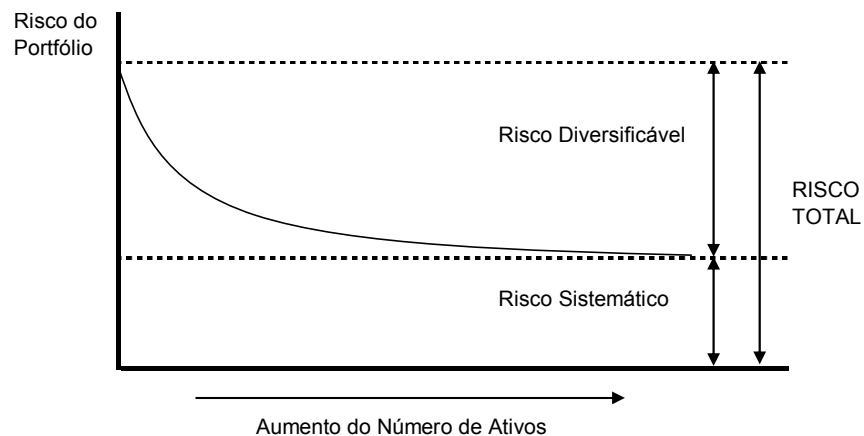


Figura 2.1 – Tipos de Risco

Como pode-se perceber, a gestão de um portfólio de ações envolve diversas variáveis a serem analisadas. O risco é uma delas, porém, variáveis com características mais qualitativas são tão importantes quanto eventuais riscos a que o portfólio está exposto. Para gestores que se baseiam em uma análise fundamentalista das empresas, os critérios qualitativos têm peso muito grande na seleção do portfólio, como será descrito na próxima seção.

2.7. Gestão de Portfólios

Um investimento pode ser definido como o comprometimento atual de recursos na expectativa da obtenção de benefícios futuros. Seu processo pode ser dividido em duas etapas: a de alocação dos ativos e a de seleção dos títulos. A alocação de ativos é a fase de escolha das classes gerais dos ativos, que podem ser ações, derivativos, imóveis, mercadorias, e outros. Na fase de seleção de títulos ocorre a decisão sobre quais títulos de cada classe irão compor o portfólio.

A ordem das fases é definida pelo gestor. Muitos optam por definir primeiro a alocação dos ativos e definições setoriais, para depois definir os títulos mais atrativos de cada classe. Em contrapartida, outros optam por escolher os títulos mais atrativos sem focar tanto na alocação das classes. No caso deste trabalho, a seleção do portfólio de ações é baseada no processo de investimento resultante de uma análise fundamentalista das empresas.

De forma simplificada, a análise fundamentalista se preocupa em avaliar as empresas de forma detalhada, com o intuito de identificar suas principais características e interpretar o ambiente em que elas estão inseridas. Isso ocorre mediante ao estudo de balanços, relatórios passados e atuais, e projeções da empresa, em conjunto com uma análise econômica, que inclui avaliações sobre a administração da empresa, posicionamento da empresa em seu setor de atuação e perspectivas do setor como um todo. Com isso espera-se que o gestor interprete os dados de forma adequada e obtenha informações sobre o desempenho futuro da empresa, que ainda não foi reconhecido pelo mercado.

Capítulo 3: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo do Trabalho de Formatura será apresentada a base teórica para o desenvolvimento da solução e modelagem propostas.

3.1. Teoria Financeira

Como o trabalho aborda a aplicação de ferramentas estatísticas no setor financeiro, esta seção tem a finalidade de apresentar toda a teoria financeira que será utilizada como objeto de aplicação do modelo. Esta seção é de suma importância para o entendimento da proposta deste trabalho, assim como sua aplicação.

Será apresentada de forma simplificada a teoria da Seleção de Portfólio, proposta por Markowitz (1952), para contextualizar o modelo *Market Model* que é uma das bases teóricas deste trabalho. Após o detalhamento deste modelo, será abordada sua aplicação na estratégia de neutralização do risco de mercado a que os ativos estão expostos, a estratégia *Market Neutral*.

3.1.1. Teoria da Seleção de Portfólio

Harry M. Markowitz teve um papel muito importante na teoria financeira, com destaque para o ano de 1952, quando, através da publicação de seu artigo “*Portfolio Selection*” trouxe à tona a teoria da seleção de portfólios. Apesar de algumas limitações, sua modelagem é utilizada amplamente por profissionais da área até os dias de hoje. As teorias de Markowitz foram base para estudos posteriores, que resultaram em diversos modelos de risco-retorno para portfólios, além de modelos para precificação de ativos financeiros. Um dos principais foi o *Capital Asset Pricing Model (CAPM)* inicialmente desenvolvido por William F. Sharpe, que aborda a formação dos preços de ativos, dada uma certa condição de equilíbrio.

Markowitz (1952) cita duas regras básicas a serem consideradas. A primeira é: todo investidor visa maximizar seus retornos, e esta regra deve ser usada para explicar e guiar o comportamento de todos os investidores. A segunda destaca que o retorno é uma coisa desejável, a variância não. Apesar de simples e intuitivas, essas considerações serviram de apoio para a modelagem da teoria da Seleção de Portfólio.

Considerando um conjunto de diversos ativos e combinando diferentes níveis de alocação para cada um deles, é possível formar infinitos portfólios diferentes. A teoria da seleção de portfólios mostra que dentre essas inúmeras possibilidades, existem portfólios que são mais eficientes que os demais.

A partir dos retornos esperados de cada ativo e suas variâncias, pode-se construir um gráfico contendo todos os portfólios possíveis (denominado conjunto de oportunidades de investimento), cada um com seu retorno esperado E_p e sua variância σ_p^2 . A Figura 3.1 mostra a área contendo todos os portfólios possíveis, com seus respectivos retornos esperados e variâncias:

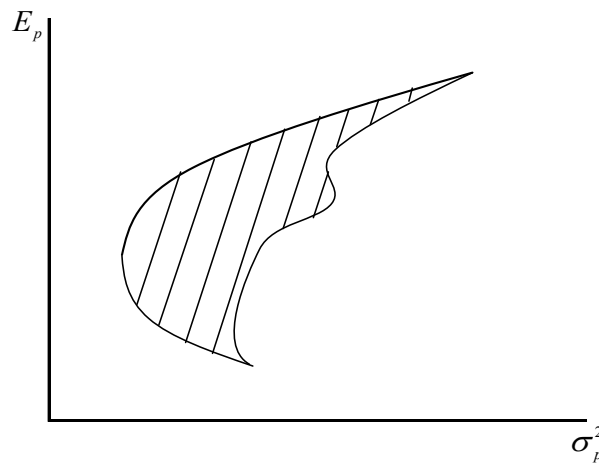


Figura 3.1 – Conjunto de Oportunidades de Investimento

A parte da fronteira desta área, ilustrada na Figura 3.1, dá-se o nome de fronteira eficiente. Cada um dos pontos pertencentes a esta fronteira indica um portfólio ótimo, isto é, não existe nenhum outro portfólio que gere um retorno esperado superior com o mesmo nível de variância, ou que gere o mesmo retorno com uma variância menor.

A Figura 3.2 mostra a fronteira eficiente e alguns portfólios que serão utilizados como exemplo mais adiante:

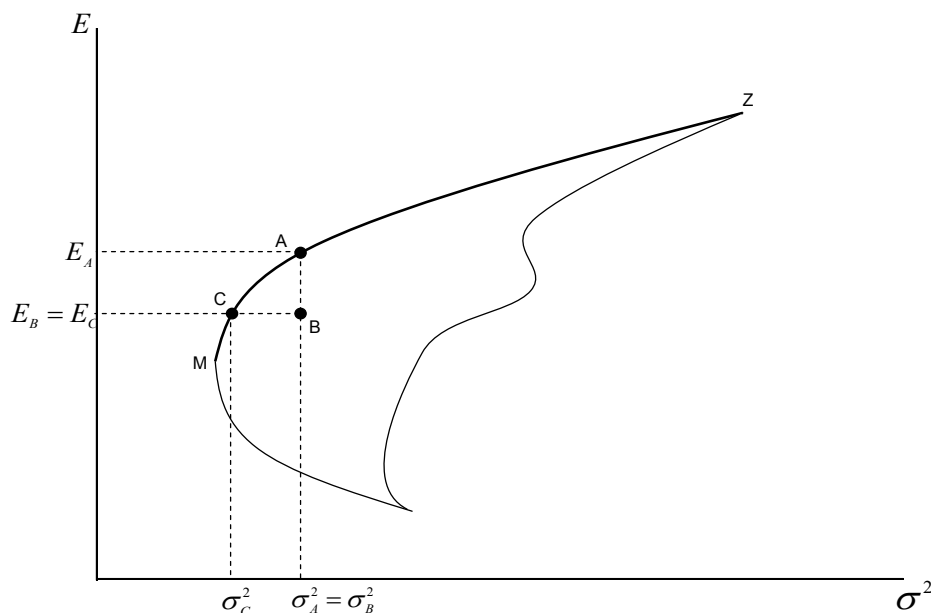


Figura 3.2 – Fronteira Eficiente

Pode-se destacar na Figura 3.2 o segmento MZ , a denominada fronteira eficiente. Qualquer portfólio situado dentro da área viável é “dominado” por um portfólio da fronteira eficiente. Tomando como exemplo o portfólio B que tem uma variância σ_B^2 e retorno esperado E_B . Existe um outro portfólio A situado na fronteira eficiente, que ao mesmo nível de risco $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$, proporciona um retorno esperado E_A maior que E_B . Analogamente, existe um portfólio C situado na fronteira eficiente que proporciona um retorno esperado E_C igual a E_B , porém com um nível de risco menor ($\sigma_C^2 < \sigma_B^2$).

Através destas considerações, o objetivo da teoria de seleção de portfólios é determinar a fronteira eficiente constituída pelos portfólios ótimos, a partir de diferentes ativos, com diferentes retornos esperados e variâncias.

3.1.2. Modelos de Fatores – *Market Model*

Com a teoria da seleção de portfólios, cada investidor pode identificar seu portfólio ótimo, diante das diversas possibilidades formadas pelas combinações de seus ativos de preferência.

Porém, uma das etapas mais importantes da análise de portfólio é determinar o retorno esperado dos ativos. Tendo em vista esta difícil tarefa, W. F. Sharpe propôs os modelos de fatores, com o objetivo de simplificar a determinação dos retornos esperados dos ativos, sem que ocorresse uma distorção significativa em seus resultados. Para isso, Sharpe (1963) apresenta alguns processos geradores de retornos, isto é, modelos estatísticos que descrevem como o retorno de um ativo é produzido. O processo que será utilizado como base para a análise do Monitoramento de Perfil é o *Single-Index Model* ou modelo de um único fator. Apesar de ser um modelo simples, sua utilidade é consideravelmente grande, como será contextualizada nesta seção.

O *Single-Index Model* parte do princípio que o retorno de um dado ativo i tem uma parcela relacionada a uma característica independente, inerente ao próprio ativo, e outra relacionada ao valor de um determinado fator F . Com isso, tem-se a seguinte equação final para esse modelo:

$$R_{it} = a_i + b_i F_t + e_{it} \quad (4)$$

onde:

R_{it} = retorno esperado do ativo i para o período t ;

F_t = valor esperado do fator para o período t ;

a_i = termo de interceptação;

b_i = sensibilidade do ativo i em relação ao fator F ;

e_{it} = variável aleatória relacionada ao erro, cuja distribuição tem média 0 e desvio-padrão σ_{eiF} .

Assim, pode-se perceber que existe uma modelagem específica do *Single-Index Model* que utiliza como fator F algum índice de mercado. Isto resulta em um modelo que descreve o retorno de um ativo i em função das características do próprio ativo e da variação do mercado como um todo, representado pelo índice de mercado. A esse modelo específico dá-se o nome de *Market Model*. Um importante ponto a ser destacado é que o *Market Model* não é um modelo de equilíbrio, portanto difere da teoria do *CAPM* (*Capital Asset Pricing Model*) em que condições de equilíbrio são assumidas para formulação de como os preços dos ativos são formados.

O primeiro passo para a modelagem do *Market Model* é determinar como se comporta a distribuição probabilística dos retornos dos ativos. De acordo com Fama (1976), considerando um dado ativo i e seu retorno R_{it} , sendo t o período de estudo, tem-se:

$$1 + R_{it} = (1 + r_{i1})(1 + r_{i2}) \dots (1 + r_{ik}) \quad (5)$$

onde o período t foi dividido em k períodos intermediários, e os r_{ij} 's ($j = 1, 2, \dots, k$) são os retornos de cada período intermediário de t . Assumindo que as variáveis R_{it} e r_{ij} ($j = 1, 2, \dots, k$) são variáveis aleatórias, e que as sucessivas mudanças de preços são independentes e identicamente distribuídas, temos que os r_{ij} 's ($j = 1, 2, \dots, k$) também são independentes e identicamente distribuídos. Logo, os sucessivos valores de $\ln(1 + r_{ij})$ também são independentes e identicamente distribuídos. Com base nisto, tem-se a seguinte expressão:

$$\ln(1 + R_{it}) = \ln(1 + r_{i1}) + \ln(1 + r_{i2}) + \dots + \ln(1 + r_{ik}) = \sum_{j=1}^k \ln(1 + r_{ij}) \quad (6)$$

onde o Teorema do Limite Central mostra que, para intervalos de tempo em que o número de períodos intermediários k é grande, a distribuição de $\ln(1 + R_{it})$ é aproximadamente normal. Logo, como trata-se de um modelo que tem como objetivo uma aproximação do que ocorre no mundo real, e não uma tentativa de replicar o que de fato acontece, é razoável propor que os retornos dos ativos seguem aproximadamente uma distribuição normal.

Segundo Fama (1976), como uma das premissas básicas do *Market Model* é a relação do retorno entre o ativo i e o mercado como um todo, a variável R_{it} será determinada como o retorno do ativo i e R_{mt} como o retorno da carteira de mercado, supostamente composta por todos os títulos disponíveis no mercado, alocados de acordo com a sua disponibilidade. Logo, tem-se que o valor esperado $E(R_{it} | R_{mt})$ depende do valor de R_{mt} . Assumindo que R_{it} e R_{mt} seguem distribuições normais, pode-se escrever $E(R_{it} | R_{mt})$ como a seguinte função linear:

$$E(R_{it} | R_{mt}) = \alpha_i + \beta_i R_{mt} \quad (7)$$

onde o coeficiente linear é representado por $\alpha_i = E(R_{it}) - \beta_i E(R_{mt})$ e a inclinação por $\beta_i = \frac{\text{cov}(R_{it}, R_{mt})}{\sigma^2(R_{mt})}$.

Sendo a distribuição de R_{it} normal com variância independente de R_{mt} , o erro de R_{it} com relação ao seu valor esperado tem distribuição normal com média igual a 0 e variância σ^2_{erro} . Logo, para todos os valores de R_{it} tem-se:

$$e_{it} = R_{it} - (\alpha_i + \beta_i R_{mt}) \quad (8)$$

com distribuição normal e média $E(e_{it}) = 0$.

Com base nestas informações, obtém-se a relação entre R_{it} e R_{mt} seguindo a equação:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + e_{it} \quad (9)$$

Conseqüentemente pode-se observar que:

$$E(R_{it}) = \alpha_i + \beta_i E(R_{mt}) \quad (10)$$

Assim, os parâmetros α_i e β_i da Eq.(10) devem ser estimados. A substituição dos parâmetros da Eq.(10) por seus estimadores resulta na Eq.(11):

$$\hat{R}_{it} = a_i + b_i R_{mt} \quad (11)$$

sendo a_i o estimador do parâmetro α_i e b_i o estimador do parâmetro β_i obtidos através do método dos Mínimos Quadrados, dados por:

$$b_i = \frac{\text{côv}(R_{it}, R_{mt})}{\hat{\sigma}^2(R_{mt})} \quad (12)$$

$$a_i = \bar{R}_{it} - b_i \bar{R}_{mt} \quad (13)$$

onde $\text{côv}(R_{it}, R_{mt})$ e $\hat{\sigma}^2(R_{mt})$ são, respectivamente, a covariância e variância obtidas da amostra estudada.

Pode-se estender essa abordagem para um portfólio p constituído de n ativos. Seja β_p , α_p e e_p os parâmetros do modelo relacionados a esse portfólio e X_{ip} o peso do ativo i no portfólio p . Assim, o retorno do portfólio p segue a relação $R_{pt} = \sum_{i=1}^n X_{ip} R_{it}$. Portanto:

$$\begin{aligned} \beta_p &= \frac{\text{cov}(R_{pt}, R_{mt})}{\sigma^2(R_{mt})} = \frac{\text{cov}(\sum_{i=1}^n X_{ip} R_{it}, R_{mt})}{\sigma^2(R_{mt})} = \sum_{i=1}^n X_{ip} \frac{\text{cov}(R_{it}, R_{mt})}{\sigma^2(R_{mt})} \\ &= \sum_{i=1}^n X_{ip} \beta_i \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \alpha_p &= E(R_{pt}) - \beta_p E(R_{mt}) = \sum_{i=1}^n X_{ip} E(R_{it}) - \sum_{i=1}^n X_{ip} \beta_i E(R_{mt}) \\ &= \sum_{i=1}^n X_{ip} [E(R_{it}) - \beta_i E(R_{mt})] = \sum_{i=1}^n X_{ip} \alpha_i \end{aligned} \quad (15)$$

A partir das Eq.(14) e Eq.(15) tem-se:

$$R_{pt} = \sum_{i=1}^n X_{ip} \alpha_i + \sum_{i=1}^n X_{ip} \beta_i R_{mt} + e_{pt} \quad (16)$$

ou expressando de outra forma:

$$R_{pt} = \sum_{i=1}^n X_{ip} R_{it} = \sum_{i=1}^n X_{ip} (\alpha_i + \beta_i R_{mt} + e_{it})$$

$$= \sum_{i=1}^n X_{ip} \alpha_i + \sum_{i=1}^n X_{ip} \beta_i R_{mt} + \sum_{i=1}^n X_{ip} e_{it} \quad (17)$$

resultando em $e_{pt} = \sum_{i=1}^n X_{ip} e_{it}$.

Da mesma forma, é possível estender esta abordagem para a obtenção dos estimadores.

Através das considerações anteriores, percebe-se que o retorno de um dado ativo ou portfólio é função da componente independente (α) e da sensibilidade (β) a influências sistemáticas. A componente independente do retorno é inerente as características do ativo ou portfólio, e teoricamente, não possui relação alguma com os movimentos de mercado. A sensibilidade a influências sistemáticas é conhecida como o *beta* do ativo ou portfólio, que expressa a relação entre o retorno do ativo ou portfólio com o retorno do mercado.

Apesar do parâmetro *beta* relacionado ao *Market Model* ter a forma de cálculo similar ao *beta* do *CAPM* (*Capital Asset Pricing Model*), ambos são conceitualmente diferentes. Isto porque o *CAPM* é um modelo de equilíbrio onde a variável explicativa está relacionada ao portfólio de mercado e é usado para justificar a formação dos preços de ativos, enquanto que o *Market Model* não é um modelo de equilíbrio e tem a sua variável explicativa ligada a um índice amplo que representa o mercado.

Com esta modelagem devidamente apresentada, o estudo não será focado na análise do retorno esperado do ativo ou sua precificação, mas no risco sistemático a que os ativos e portfólios estão sujeitos, isto é, na sensibilidade (*beta*) aos movimentos de mercado.

3.1.3. Estratégia *Market Neutral*

Uma das grandes preocupações de gestores de carteiras de ações é minimizar o risco a que seu portfólio está exposto. Conforme comentado na seção 2.6, as ações

estão sujeitas ao risco sistemático e não-sistemático, sendo o primeiro, alvo da estratégia que, de forma simplificada, será apresentada a seguir.

Seja um portfólio p composto por n ativos cujos retornos seguem a modelagem do *Market Model*, em um certo período t . Para fins de simplificação, o erro e_{it} relacionado a R_{it} não será considerado nesta análise. Assim, tem-se que o retorno do ativo i e do portfólio p (a que ele pertence), são representados pelas respectivas equações:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} \quad (18)$$

$$R_{pt} = \sum_{i=1}^n X_{ip} R_{it} \quad (19)$$

onde R_{mt} é o retorno do mercado como um todo no período t , R_{it} o retorno do ativo i no período t , α_i o termo independente do retorno de i , β_i a sensibilidade do ativo i à variação do mercado, R_{pt} o retorno do portfólio p no período t e X_{ip} o peso do ativo i no portfólio p .

Com o intuito de representar o mercado e seu comportamento, será utilizada a carteira teórica do Índice Bovespa (Ibovespa) como aproximação. Com isso, tem-se:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{IBOVt} \quad (20)$$

$$R_{pt} = \sum_{i=1}^n X_{ip} R_{it} \quad (21)$$

Seja W_p o montante financeiro investido no portfólio p . O retorno financeiro, R_{Fit} , desse investimento para cada ativo será:

$$R_{Fit} = X_{ip} W_p R_{it} = X_{ip} W_p \alpha_i + X_{ip} W_p \beta_i R_{IBOVt} \quad (22)$$

Portanto, se o objetivo é eliminar o risco sistemático, isto é, eliminar a sensibilidade do ativo ao mercado, pode-se estabelecer uma posição vendida em contratos futuros de Índice Bovespa, visando a neutralização da parcela do retorno que depende do mercado. Para apresentar essa relação de forma mais clara e simplificada, não serão considerados os custos operacionais dessa transação, e será

assumido que o retorno dos contratos futuros de Índice Bovespa (ajuste atual contra anterior) são os mesmos do Índice Bovespa à vista.

Assim, no caso em que se estabelece uma posição vendida em contratos futuros de Ibovespa, o retorno R_{vt} da posição vendida se daria pela seguinte equação:

$$R_{vt} = -R_{IBOVt} \quad (23)$$

dado que, à medida que o valor de R_{IBOVt} aumenta, o valor R_{vt} a pagar para liquidar a posição também aumenta.

Logo, se for estabelecida uma posição vendida de Ibovespa futuro, no montante financeiro adequado, pode-se neutralizar a variação do ativo relacionado ao mercado. Isso ocorre quando o montante em questão é $X_{ip}W_p\beta_i$, resultando na seguinte expressão de retorno financeiro total do ativo i :

$$\begin{aligned} R_{Fit}' &= X_{ip}W_p\alpha_i + X_{ip}W_p\beta_iR_{IBOVt} + X_{ip}W_p\beta_iR_{vt} \\ &= X_{ip}W_p\alpha_i + X_{ip}W_p\beta_iR_{IBOVt} - X_{ip}W_p\beta_iR_{IBOVt} \\ &= X_{ip}W_p\alpha_i \end{aligned} \quad (24)$$

De uma forma mais simples, quando se estabelece em uma posição comprada no ativo i , e vendida em Ibovespa futuro na proporção de β_i tem-se:

$$\begin{aligned} R_{it}' &= \alpha_i + \beta_iR_{IBOVt} - \beta_iR_{IBOVt} \\ &= \alpha_i \end{aligned} \quad (25)$$

desta forma, a parcela relacionada à variação do mercado é neutralizada, restando apenas a parcela da variação referente ao ativo em si. Esta aplicação pode ser estendida para o portfólio p utilizando as seguintes relações já demonstradas anteriormente:

$$\begin{aligned} R_{pt}' &= \alpha_p + \beta_pR_{IBOVt} - \beta_pR_{IBOVt} \\ &= \alpha_p \end{aligned} \quad (26)$$

onde $\beta_p = \sum_{i=1}^n X_{ip} \beta_i$ e $\alpha_p = \sum_{i=1}^n X_{ip} \alpha_i$.

Assim, o objetivo do trabalho é monitorar e estimar de uma forma precisa o *beta* de ativos, e conseqüentemente do portfólio, para que a estratégia *Market Neutral* possa ser aplicada. Pode-se observar que quanto maior a precisão da estimação do *beta* individual dos ativos, mais eficiente se torna a estratégia de neutralização do risco de mercado do portfólio.

3.2. Conceitos Estatísticos

Esta seção apresenta a teoria estatística que será utilizada ao longo do trabalho.

Primeiramente, será detalhada a Regressão Linear Simples, que auxiliará na estimação de parâmetros, etapa fundamental do modelo que será proposto. Em seguida, uma breve descrição do Controle Estatístico de Processos será apresentada, como uma introdução ao Monitoramento de Perfil, um dos temas centrais deste trabalho. Para finalizar a seção, serão discutidos quatro métodos da Fase I do Monitoramento de Perfil Linear, pois no capítulo 4 será definida a metodologia que melhor se ajusta às propostas deste trabalho.

3.2.1. Regressão Linear Simples

Em diversos processos experimentais é extremamente importante entender a relação entre variáveis, isto é, como a variação de uma afeta a outra. Em muitos casos duas variáveis estão relacionadas através de uma reta. Segundo Draper e Smith (1981), pressupondo uma relação linear entre a variável resposta e a variável explicativa, através do modelo de regressão linear simples, pode-se assumir a seguinte equação relacionando as duas variáveis:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (27)$$

onde Y é a variável resposta (dependente), X é a variável explicativa (independente), β_0 é a constante do modelo (coeficiente linear), β_1 é o coeficiente angular do modelo e ε é o erro aleatório ligado ao modelo (diferença entre o Y calculado pelo modelo e o observado). Considerando n observações, Y_i , X_i e ε_i são os valores de Y , X e ε obtidos na observação i dentre as n observações.

Como os valores dos parâmetros β_0 e β_1 não são conhecidos, é necessário um método adequado para a estimação dos mesmos. A metodologia que será abordada neste trabalho é o Método dos Mínimos Quadrados, que é o mais usual dentre todos os métodos. Esta aplicação tem como objetivo determinar a reta que melhor se ajusta aos pontos observados, isto é, com o menor erro possível. Assim, tem-se a seguinte expressão composta pelos parâmetros estimados:

$$\hat{Y}_i = b_0 + b_1 X_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (28)$$

sendo $\hat{Y}_i$ o valor previsto de Y_i , b_0 e b_1 os estimadores de β_0 e β_1 , respectivamente.

Considerando ainda n observações, tem-se que S é a representação da soma dos quadrados dos desvios em relação à reta real:

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2 \quad (29)$$

Deseja-se obter os estimadores de β_0 e β_1 que minimizam o valor de S . Para tanto, basta calcular as derivadas parciais da Eq.(29) como segue:

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) \quad (30)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n X_i (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) \quad (31)$$

As derivadas parciais de segunda ordem, relacionadas à Eq.(29), são determinadas pelas equações:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \beta_0^2} = 2 > 0 \quad (32)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \beta_1^2} = 2 \sum_{i=1}^n X_i^2 > 0 \quad (33)$$

que são estritamente positivas, portanto as primeiras derivadas parciais são estritamente crescentes. Logo, as seguintes expressões apontam o ponto de mínimo global da Eq.(29):

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) = 0 \quad (34)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n X_i (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) = 0 \quad (35)$$

Substituindo os parâmetros β_0 e β_1 pelos seus estimadores b_0 e b_1 , tem-se as seguintes equações:

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i) = 0 \quad (36)$$

$$\sum_{i=1}^n X_i (Y_i - b_0 - b_1 X_i) = 0 \quad (37)$$

Resolvendo o sistema de equações, resultam as seguintes soluções:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (38)$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X} \quad (39)$$

onde $\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n$ e $\bar{Y} = \sum_{i=1}^n Y_i / n$.

Portanto, ao longo deste estudo, os parâmetros da reta de regressão serão calculados através das Eq.(38) e Eq.(39) apresentadas anteriormente.

3.2.2. Controle Estatístico de Processos

Montgomery (1991) cita que a qualidade de um produto pode ser avaliada de acordo com a capacidade e estabilidade do seu processo em obter produtos conforme as especificações definidas. Porém, por mais que o processo tenha sido cuidadosamente projetado e implementado, sempre existirá uma variabilidade natural ou inerente ao processo. Esta variação é consequência das chamadas causas comuns de variação, que na maioria das vezes são difíceis de serem controladas. Assim, não existem processos ou produtos absolutamente idênticos, variações aleatórias sempre existirão. Com isso, pode-se dizer que o processo em que somente causas comuns de variação estão presentes, é um processo estatisticamente *sob controle*.

Outra importante fonte de variação que pode estar presente no processo são as chamadas causas especiais, que nem sempre atuam no processo e são imprevisíveis. Esse tipo de variação é geralmente maior se comparado à variação devido às causas comuns, e usualmente representa mudanças consideráveis no desempenho do processo. Um processo operando na presença de causas especiais é dito estatisticamente *fora de controle*.

Segundo Montgomery (1991) o principal objetivo do Controle Estatístico de Processo é detectar rapidamente a ocorrência de causas especiais ou mudanças no processo. Isto possibilita ações corretivas, resultando em um processo com menores níveis de variabilidade. Para que ocorra a detecção, faz-se uso de uma importante ferramenta estatística: os gráficos de controle. Através da análise desses gráficos, é possível detectar mudanças nos parâmetros do processo e presença de causas especiais, fornecendo informações críticas para a melhoria do processo como um todo. Outra importante utilidade dos gráficos de controle, que será explorada neste trabalho, é o monitoramento da estabilidade do processo. Para que os parâmetros de um processo possam ser estimados, é necessário que o mesmo se encontre estável, caso contrário, a estimação será equivocada, dado que o processo se encontra *fora de controle*.

O gráfico de controle é um recurso gráfico que tipicamente tem no seu eixo vertical a característica da amostra a ser analisada, e em seu eixo horizontal o número

da amostra ou a unidade de tempo. A linha central indica o valor médio da característica correspondente ao estado *sob controle*, e as outras linhas horizontais são chamadas Limite Superior e Inferior de controle. Através da análise dos limites e da disposição pontos inseridos no gráfico, é possível detectar causas especiais ou mudanças no processo. A grosso modo, pode-se dizer que se a quase totalidade dos pontos estão entre essas duas linhas o processo é declarado *sob controle* e não há necessidade de nenhuma ação corretiva. É claro que uma análise mais profunda é realizada antes da conclusão de estabilidade do processo, uma vez que todos os pontos podem estar entre os limites de controle e o processo pode estar *fora de controle* (não ocorreu a detecção). Um típico gráfico de controle é ilustrado na Figura 3.3:

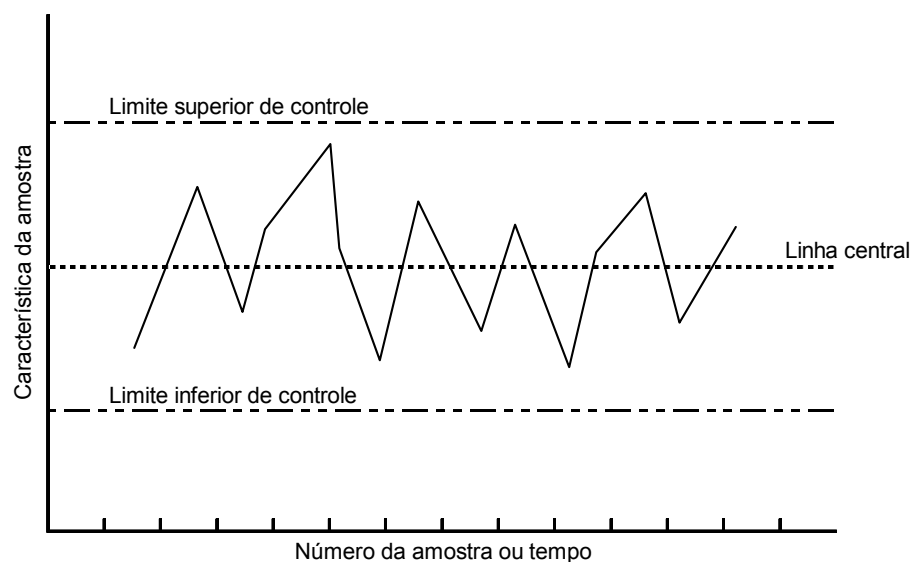


Figura 3.3 – Gráfico de Controle Típico

Como citado nesta seção, os gráficos de controle podem ser utilizados com diferentes propósitos, sendo o mais comum deles o monitoramento do processo em tempo real. Neste caso, os últimos dados disponíveis são coletados e utilizados na construção do gráfico, para que a análise sobre a estabilidade do processo possa ser feita. Montgomery (1991) cita a utilidade dos gráficos como uma ferramenta gerencial, que auxilia no alcance de certos objetivos relacionados à qualidade e especificações do processo. Nesta abordagem, a gerência determina um valor padrão,

isto é, um nível de qualidade a ser alcançado, e com base neste parâmetro a linha central e os limites de controle podem ser especificados.

No caso deste trabalho, os gráficos de controle serão utilizados no auxílio do processo de estimação dos parâmetros relacionados às retas de regressão linear.

3.2.3. Monitoramento de Perfil

Em muitas aplicações do controle estatístico de processos, assume-se que a qualidade do processo ou serviço pode ser melhor caracterizada pela relação entre a variável resposta e uma ou mais variáveis explicativas. Assim, para cada amostra estudada, pode-se observar uma coleção de pontos (dados históricos) que podem ser representados por uma curva, isto é, um perfil. Em particular, estudos recentes abordam o monitoramento de processos cujos perfis são caracterizados por uma regressão linear simples, muito utilizada em aplicações de calibração. A abordagem deste trabalho será justamente focada em perfis lineares, que serão discutidos mais adiante.

O Monitoramento de Perfil Linear é uma teoria bastante recente no controle da qualidade. O estudo desse conjunto de técnicas do Controle Estatístico de Processos tem a maior parte de seu desenvolvimento nos últimos 10 anos, tendo a aplicação de calibração como uma das principais motivações. Apesar de estudos ainda estarem sendo realizados no presente momento, a sua aplicabilidade já é algo concreto. O potencial desta ferramenta estatística é indiscutivelmente alto, e vem sendo muito explorado nos últimos anos.

Esta análise de perfis lineares consiste em duas fases: Fase I e Fase II. De acordo com Woodall et al. (2004), a Fase I tem como objetivo analisar um conjunto fixo de amostras coletadas ao longo do tempo, referentes a um dado processo, e entender sua variação, assim como determinar sua estabilidade. É nesta fase que ocorre a remoção de amostras associadas a causas especiais, definidas como eventos não-usuais que afetam o processo e podem causar uma discrepância nos parâmetros do modelo estudado. Uma vez removidas essas amostras, é possível, com o auxílio

dos gráficos de controle, estimar os valores *sob controle* dos parâmetros do processo, que serão usados em seu monitoramento (Fase II). O desempenho da Fase I é usualmente avaliado através dos gráficos de controle obtidos dos conjuntos de dados históricos. Isto é, dado que o processo sofreu alteração e conseqüentemente algum de seus parâmetros, avalia-se a probabilidade de detectar ao menos um ponto estatístico fora dos limites de controle.

A Fase II visa o monitoramento do perfil e a detecção mais rápida possível de mudanças em algum dos parâmetros *sob controle* obtidos na Fase I. Seu desempenho é mensurado através do ARL (*Average Run Length*), que fornece o número médio de amostras analisadas até que o gráfico de controle detecte algum sinal de instabilidade. A Figura 3.4 mostra uma comparação entre as duas fases.

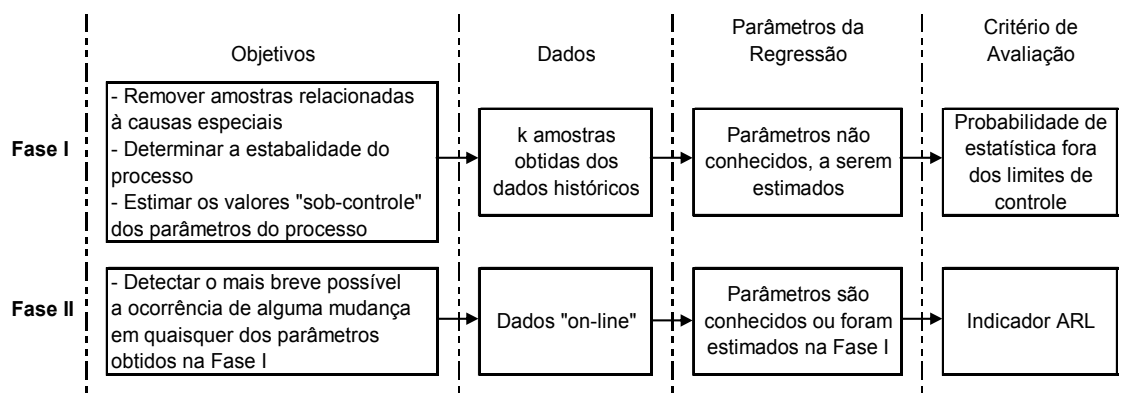


Figura 3.4 – Descrição das Fases I e II

Neste trabalho o foco será somente na Fase I, com o objetivo de determinar a estabilidade de um processo ao longo do tempo, e com base nesta estabilidade, estimar seus parâmetros. O intuito desta parte do estudo é obter estimativas que reflitam de forma mais fiel o que ocorre no processo real.

3.2.4. Metodologias da Fase I

A Fase I tem como principal objetivo analisar a estabilidade do processo e estimar os parâmetros *sob controle* do mesmo. A fim de apresentar as diferentes

propostas para a análise da Fase I, deve-se primeiramente destacar algumas considerações sobre o perfil linear simples e suas características.

Seguindo a modelagem proposta por Mahmoud e Woodall (2004), considera-se um conjunto de k amostras aleatórias obtidas de dados históricos, com cada amostra consistindo em n pares de observações (X_{ij}, Y_{ij}) , onde $i = 1, 2, \dots, n$ e $j = 1, 2, \dots, k$, e todas as amostras coletadas contendo o mesmo número de observações n . Assume-se que para cada amostra, o modelo que relaciona a variável resposta Y com a variável explicativa X é:

$$Y_{ij} = A_{0j} + A_{1j}X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n \text{ e } j = 1, 2, \dots, k \quad (40)$$

onde os ε_{ij} 's são variáveis aleatórias normais independente e identicamente distribuídas (iid), com média 0 e variância σ^2 . Considerando que os valores *sob controle* dos parâmetros A_0 , A_1 e σ^2 não são conhecidos, sabe-se que se $A_{0j} = A_0$, $A_{1j} = A_1$ e $\sigma_j^2 = \sigma^2$, para, $j = 1, 2, \dots, k$ então o processo é considerado estável e *sob controle*.

Para cada uma das amostras será usado o método de cálculo dos Mínimos Quadrados, a fim de estimar os valores dos parâmetros A_0 e A_1 . Logo:

$$a_{0j} = \bar{Y}_j + a_{1j}\bar{X}_j \quad (41)$$

$$a_{1j} = \frac{S_{XY(j)}}{S_{XX(j)}} \quad (42)$$

$$\text{onde} \quad \bar{Y}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_{ij}, \quad \bar{X}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ij}, \quad S_{XY(j)} = \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)Y_{ij} \quad \text{e}$$

$$S_{XX(j)} = \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2.$$

Nas considerações de Mahmoud e Woodall (2004), os estimadores a_{0j} e a_{1j} obtidos pelo método dos Mínimos Quadrados, são normalmente distribuídos com

vetor média $\boldsymbol{\mu} = (A_0, A_1)^T$ e matriz variância-covariância $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_0^2 & \sigma_{01}^2 \\ \sigma_{01}^2 & \sigma_1^2 \end{pmatrix}$ onde

$$\sigma_0^2 = \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}_j^2}{S_{XX(j)}} \right), \sigma_1^2 = \frac{\sigma^2}{S_{XX(j)}} \text{ e } \sigma_{01}^2 = -\frac{\sigma^2 \bar{X}_j}{S_{XX(j)}}.$$

Denominando o valor previsto de Y por $\hat{Y}_{ij} = a_{0j} + a_{1j}X_{ij}$, e o valor residual sendo a diferença entre o valor de Y observado e o previsto:

$$e_{ij} = Y_{ij} - a_{0j} - a_{1j}X_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n \text{ e } j = 1, 2, \dots, k \quad (43)$$

onde os e_{ij} 's são variáveis aleatórias normais independente e identicamente distribuídas (iid), com média 0 e variância σ^2 . A estimativa para σ^2 pode ser descrita como:

$$MSE_j = \frac{1}{(n-2)} \sum_{i=1}^n e_{ij}^2 \quad i = 1, 2, \dots, n \text{ e } j = 1, 2, \dots, k \quad (44)$$

A partir das considerações apresentadas, quatro métodos para a aplicação da Fase I serão apresentados. São eles:

- **Método A:** carta de controle baseado em T^2 proposto por Stover e Brill (1998)
- **Método B:** carta de controle baseado em T^2 proposto por Kang e Albin (2000)
- **Método C:** as três cartas de controle propostas por Kim et al. (2003)
- **Método D:** teste F global proposto por Mahmoud e Woodall (2004)

- **Método A**

Em 1998, Frederick S. Stover e Robert V. Brill propuseram a aplicação de princípios do controle estatístico da qualidade na calibração usada em cromatografia de íons. Tratava-se de um experimento para verificar a qualidade dos íons clorato e

nitrito em amostras de plantas. A aplicação do Monitoramento de Perfil tinha o objetivo de determinar a estabilidade das respostas do instrumento utilizado, assim como sua frequência mínima de calibração.

Como o processo era caracterizado por um perfil linear, os autores propuseram a abordagem T^2 baseada em vetores contendo os estimadores do coeficiente linear e inclinação, a_0 e a_1 respectivamente. Stover e Brill (1998) sugeriram o uso de gráficos de controle, utilizando como pontos do gráfico a estatística T_j^2 para cada uma das k amostras ($j = 1, 2, \dots, k$), dados pela seguinte equação:

$$T_j^2 = (\mathbf{z}_j - \bar{\mathbf{z}})^T \mathbf{S}_1^{-1} (\mathbf{z}_j - \bar{\mathbf{z}}) \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (45)$$

sendo:

$\mathbf{z}_j = (a_{0j}, a_{1j})^T$, $\bar{\mathbf{z}} = (\bar{a}_0, \bar{a}_1)^T$ e $\mathbf{S}_1 = \begin{pmatrix} S_0^2 & S_{01} \\ S_{01} & S_1^2 \end{pmatrix}$. Os estimadores a_0 e a_1 foram definidos nas Eq.(41) e Eq.(42);

$$\begin{aligned} \bar{a}_0 &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k a_{0j}, & \bar{a}_1 &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k a_{1j}, & S_0^2 &= \frac{1}{(k-1)} \sum_{j=1}^k (a_{0j} - \bar{a}_0)^2, \\ S_1^2 &= \frac{1}{(k-1)} \sum_{j=1}^k (a_{1j} - \bar{a}_1)^2, & S_{01} &= \frac{1}{(k-1)} \sum_{j=1}^k (a_{1j} - \bar{a}_1)(a_{0j} - \bar{a}_0). \end{aligned}$$

A partir destes cálculos obtêm-se os pontos a serem plotados no gráfico de controle, isto é, no eixo vertical se encontram os valores de T_j^2 's correspondentes a cada amostra, relacionada no eixo horizontal. O valor do Limite Superior de Controle (UCL) foi proposto inicialmente pelos autores para ser uma função da distribuição F . Porém, como mencionado por Mahmoud e Woodall (2004), o mais apropriado para determinação do UCL seria utilizá-lo em função da distribuição $Beta$. Assim tem-se:

$$UCL = \frac{(k-1)^2}{k} B_{1, (k-3)/2, \alpha} \quad (46)$$

onde $B_{1,(k-3)/2,\alpha}$ é o valor correspondente a $(1-\alpha)$ da distribuição *Beta* com os parâmetros 1 e $\frac{(k-3)}{2}$.

- **Método B**

Com o intuito de melhorar o processo de calibração na manufatura de semicondutores, no ano de 2000, Lan Kang e Susan L. Albin propuseram em seu artigo o uso do Monitoramento de Perfil. Esta abordagem foi proposta, pois os autores haviam observado que em uma das etapas de fabricação do semicondutor, a relação entre a variável resposta e a variável explicativa resultava em um perfil linear.

Na manufatura de um semicondutor, existe uma etapa em que a fina “fatia” do material semicondutor é inserida em uma câmara e exposta a certos gases, criando o padrão desejado para aquela camada do *chip*. O dispositivo que controla o fluxo desses gases é chamado de controlador de fluxo de massa (MFC).

Para monitorar o desempenho do MFC é comum estabelecer intervalos de tempos regulares para que a remoção do dispositivo ocorra, e sua calibração seja feita. Porém esse processo de calibração resulta em uma parada na linha de produção de aproximadamente 4 horas, causando prejuízo aos fabricantes, uma vez que o processo de calibração é feito inúmeras vezes ao longo dos 6 ou 7 anos de vida útil de cada dispositivo. Observando essa etapa do processo, Kang e Albin (2000) propuseram o monitoramento do MFC no próprio local, enquanto o mesmo se encontra em funcionamento. Assim, a remoção do MFC seria necessária somente quando a análise detectasse alguma evidência de que o processo estivesse estatisticamente *fora de controle*.

Através de princípios básicos da física, foi observado que se o MFC se encontrasse trabalhando nas condições desejadas, a pressão medida no interior da câmara segue aproximadamente uma função linear do valor-alvo do fluxo (X):

$$P = P_0 + P_1 X \quad (47)$$

onde $P_1 = \frac{Q_{\max} RTt}{V}$. A inclinação P_1 depende do fluxo máximo ($Q_{\max}$), do tipo de gás (R), do volume da câmara (V), da temperatura (T) e do tempo (t); e o coeficiente linear depende da pressão base (P_0).

A partir destas constatações Kang e Albin (2000) propuseram uma abordagem multivariada T^2 para a Fase I, que de certa forma se assemelha a proposta de Stover e Brill (1998). Para cada amostra j a estatística T^2 a ser plotada no gráfico de controle é dada por:

$$T_j^2 = \frac{k}{(k-1)} (\mathbf{z}_j - \bar{\mathbf{z}})^T \mathbf{S}_{2(j)}^{-1} (\mathbf{z}_j - \bar{\mathbf{z}}) \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (48)$$

onde $\mathbf{z}_j = (a_{0j}, a_{1j})^T$, $\bar{\mathbf{z}} = (\bar{a}_0, \bar{a}_1)^T$ e $\mathbf{S}_{2(j)} = \begin{pmatrix} S_{11(j)}^2 & S_{12(j)} \\ S_{12(j)} & S_{22(j)}^2 \end{pmatrix}$. Os estimadores a_0

e a_1 foram definidos nas Eq.(41) e Eq.(42), e $\bar{a}_0 = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k a_{0j}$, $\bar{a}_1 = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k a_{1j}$. Além

disso, $S_{11(j)}^2 = MSE \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}_j^2}{S_{XX(j)}} \right)$, $S_{22(j)}^2 = \frac{MSE}{S_{XX(j)}}$, $S_{12(j)}^2 = \frac{-MSE \bar{X}_j}{S_{XX(j)}}$ para $j = 1, 2, \dots, k$.

Sendo $MSE = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k MSE_j$, com MSE_j definido na Eq.(44).

Com isso tem-se os pontos do gráfico, com o Limite Superior de Controle (UCL) seguindo uma distribuição F com os seguintes graus de liberdade:

$$UCL = 2F_{2, (n-2)k, \alpha} \quad (49)$$

onde $F_{2, (n-2)k, \alpha}$ é o valor correspondente $(1 - \alpha)$ da distribuição F , com 2 e $(n - 2)k$ graus de liberdade.

- **Método C**

Kim et al. (2003) recomendaram uma outra abordagem para a Fase I. Em seu artigo, os autores mencionam o modelo proposto por Kang e Albin (2000) e fazem testes de comparação entre os modelos, mostrando que o modelo por eles (KIM et al., 2003) proposto é mais eficaz e interpretativo. Os autores recomendaram o uso de três gráficos de controle: um para monitorar o coeficiente linear, outro para a inclinação e um último para o desvio-padrão do processo.

O primeiro passo do modelo é codificar os valores de X fazendo com que, para cada amostra, a média dos valores de X codificados seja zero, resultando em uma outra forma para o modelo de regressão linear:

$$Y_{ij} = B_{0j} + B_{1j}X'_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n \text{ e } j = 1, 2, \dots, k \quad (50)$$

onde $B_{0j} = A_{0j} + A_{1j}\bar{X}_j$, $B_{1j} = A_{1j}$ e $X'_{ij} = (X_{ij} - \bar{X}_j)$.

Neste caso, os parâmetros estimados pelo método dos mínimos quadrados para uma dada amostra j são obtidos da seguinte forma: $b_{0j} = \bar{Y}_j$ e $b_{1j} = \frac{S_{XY(j)}}{S_{XX(j)}}$.

Pode-se perceber que quando o processo se encontra *sob controle* os parâmetros b_{0j} e b_{1j} são variáveis aleatórias independentes, com médias B_0 e B_1 , e variâncias $\frac{\sigma^2}{n}$

e $\frac{\sigma^2}{S_{XX(j)}}$.

O próximo passo é a aplicação de diferentes gráficos de controle para os parâmetros do modelo. Conforme Mahmoud e Woodall (2004), $(b_{0j} - \bar{b}_0) / \sqrt{(k-1)MSE/(nk)}$ segue uma distribuição t com $k(n-2)$ graus de liberdade. Logo, utilizando o gráfico de controle para monitorar o coeficiente linear B_0 , os limites superior (UCL) e inferior de controle (LCL) são dados por:

$$UCL = \bar{b}_0 + t_{k(n-2), \alpha/2} \sqrt{(k-1)MSE/(nk)} \quad (51)$$

$$LCL = \bar{b}_0 - t_{k(n-2), \alpha/2} \sqrt{(k-1)MSE/(nk)} \quad (52)$$

onde $\bar{b}_0 = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k b_{0j}$ e $t_{k(n-2), \alpha/2}$ é o valor correspondente a $(1 - \frac{\alpha}{2})$ da distribuição t , com $k(n-2)$ graus de liberdade. Os pontos que serão inseridos no gráfico de controle são justamente os valores de b_{0j} .

Analogamente, pode-se mostrar que $\frac{(b_{1j} - \bar{b}_1)}{\sqrt{(k-1)MSE/(kS_{xx})}}$ também segue uma distribuição t com $k(n-2)$ graus de liberdade. Com isso, os limites de controle para o monitoramento de B_1 são:

$$UCL = \bar{b}_1 + t_{k(n-2), \alpha/2} \sqrt{(k-1)MSE/(kS_{xx})} \quad (53)$$

$$LCL = \bar{b}_1 - t_{k(n-2), \alpha/2} \sqrt{(k-1)MSE/(kS_{xx})} \quad (54)$$

onde $\bar{b}_1 = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k b_{1j}$ e os pontos do gráfico representados pelos valores de b_{1j} . Nota-se que nas expressões dos limites de controle, Kim et al. (2003) e mais tarde Mahmoud e Woodall (2004) assumem que os valores de X são os mesmos para todas as amostras. Porém, neste trabalho sabe-se que os valores de X utilizados no modelo referem-se ao retorno do Índice Bovespa, que obviamente é diferente ao longo das amostras. O método para a aproximação será detalhado na seção 4.3 deste Trabalho de Formatura.

O último passo desta proposta é o monitoramento do desvio-padrão do processo, que envolve plotar os pontos:

$$F_j = \frac{MSE_j}{MSE_{-j}} \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (55)$$

onde $MSE_{-j} = \frac{1}{(k-1)} \sum_{i \neq j}^k MSE_i$, e F_j segue uma distribuição F com $(n-2)$ e $(k-1)(n-2)$ graus de liberdade, com os seguintes limites de controle:

$$UCL = F_{(n-2), (k-1)(n-2), (1-\alpha/2)} \quad (56)$$

$$LCL = F_{(n-2), (k-1)(n-2), (\alpha/2)} \quad (57)$$

- **Método D**

A abordagem descrita a seguir foi proposta por Mahmoud e Woodall (2004), ao perceberem que o monitoramento de perfis lineares utilizado na Fase I poderia ser expresso como um problema de comparação de diversas retas de regressão. Dado um modelo de regressão múltipla, é possível a utilização do teste F baseado em variáveis indicadoras (*dummy variables*) para comprar duas ou mais retas de regressão.

Supondo um conjunto de k amostras, com cada uma sendo composta de observações bivariadas. Necessita-se testar se as regressões lineares das amostras são coincidentes.

O primeiro passo é agrupar todas as k amostras em uma única amostra de tamanho kn . Então criam-se $(k-1)$ variáveis indicadoras:

$$Z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se a observação } i \text{ pertence a amostra } j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

para $i = 1, 2, \dots, kn$ e $j = 1, 2, \dots, k-1$. Com isso, é possível ajustar os dados no seguinte modelo de regressão múltipla (modelo completo):

$$\begin{aligned} Y_i = & A_0 + A_1 X_1 + \beta_{01} Z_{1i} + \beta_{02} Z_{2i} + \dots + \beta_{0k'} Z_{k'i} + \beta_{11} Z_{1i} X_i \\ & + \beta_{12} Z_{2i} X_i + \dots + \beta_{1k'} Z_{k'i} X_i + \varepsilon_i \end{aligned} \quad (58)$$

onde $i = 1, 2, \dots, kn$, $k' = k-1$ e os ε_i 's assume-se serem variáveis iid normais com média 0 e variância σ^2 . Para testar a igualdade das k retas de regressão, será utilizado o seguinte teste de hipótese:

$$\begin{cases} H_0 : \beta_{01} = \beta_{02} = \dots = \beta_{0k'} = \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{1k'} = 0 \\ H_1 : H_0 \text{ falso} \end{cases}$$

Se a hipótese H_0 for verdadeira, tem-se o seguinte modelo reduzido:

$$Y_i = A_0 + A_1 X_1 + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, kn \quad (59)$$

Para testar a hipótese H_0 , será utilizado o teste estatístico usual F :

$$F = \frac{SSE_{\text{reduzido}} - SSE_{\text{completo}}}{2(k-1)MSE_{\text{completo}}} \quad (60)$$

onde SSE_{reduzido} e SSE_{completo} são a soma dos quadrados residuais referentes aos modelos reduzido da Eq.(59) e completo da Eq.(58), respectivamente, e MSE_{completo} refere-se ao MSE (quadrado médio relacionado ao erro) do modelo completo. A estatística apresentada na Eq.(60) segue uma distribuição F com $2(k-1)$ e $k(n-2)$ graus de liberdade sob a hipótese nula.

Mahmoud e Woodall (2004) sugerem, em conjunto com o teste F , o uso do terceiro gráfico de controle recomendado por Kim et al. (2003) para checar a estabilidade do desvio-padrão do processo. Se algum sinal de instabilidade é obtido do gráfico de controle referente ao desvio-padrão, ou através do teste F , isto é, H_0 é rejeitado, deve-se realizar a segunda etapa da metodologia. O primeiro passo desta etapa é codificar os valores de X de tal forma que a média desses valores seja 0. Isto resulta em outra forma para o modelo de regressão linear apresentado na Eq. (50), assim como no método proposto por Kim et al. (2003). Com os valores codificados, aplicam-se gráficos de controle do tipo Shewhart (MONTGOMERY, 1991), com limites de controle “3-sigma” para o coeficiente linear e inclinação separadamente. Os limites para o coeficiente linear são:

$$UCL = \bar{b}_0 + 3\sqrt{MSE/n} \quad (61)$$

$$LCL = \bar{b}_0 - 3\sqrt{MSE/n} \quad (62)$$

Para análise da inclinação os autores recomendam os seguintes limites de controle:

$$UCL = \bar{b}_1 + 3\sqrt{MSE / S_{xx}} \quad (63)$$

$$LCL = \bar{b}_1 - 3\sqrt{MSE / S_{xx}} \quad (64)$$

Se em algum dos casos for observada alguma instabilidade, deve-se identificar as causas especiais, remover as amostras correspondentes e aplicar o método novamente.

Capítulo 4: METODOLOGIA PROPOSTA

4. METODOLOGIA PROPOSTA

Neste capítulo do trabalho, será definido o modelo de aplicação do Monitoramento de Perfil Linear para a verificação da estabilidade do *beta* de ações ao longo do tempo. Com base na estabilidade do parâmetro, será possível estimar de forma mais precisa este indicador.

Utilizando os métodos da Fase I apresentados na seção 3.2.4, será realizada uma comparação entre os quatro métodos, visando destacar os pontos fortes e fracos de cada um. Analisando os resultados e estabelecendo alguns critérios de decisão, será definido o método que melhor se ajusta às propostas deste trabalho.

Após a definição do método, o capítulo será encerrado com o detalhamento do modelo proposto.

4.1. Comparação dos Métodos da Fase I

Nesta seção será apresentada a comparação de desempenho dos quatro métodos detalhados na seção 3.2.4. Para tanto, será utilizada a análise comparativa dos métodos apresentada por Mahmoud e Woodall (2004), dado que o foco não é detalhar as comparações de desempenho dos métodos, mas identificar qual metodologia se ajusta melhor ao propósito do trabalho. Os autores utilizaram uma simulação para comparar os desempenhos, e analisaram as probabilidades gerais de detecção de um sinal *fora de controle*. Os métodos serão identificados da mesma forma apresentada na seção 3.2.4:

- **Método A:** carta de controle baseado em T^2 proposto por Stover e Brill (1998)
 - **Método B:** carta de controle baseado em T^2 proposto por Kang e Albin (2000)
 - **Método C:** as três cartas de controle propostas por Kim et al. (2003)
 - **Método D:** teste F global proposto por Mahmoud e Woodall (2004)
-

Para o estudo via simulação, Mahmoud e Woodall (2004) consideraram 20 amostras ($k = 20$) com o modelo *sob controle* descrito pela equação $Y_{ij} = X_i + e_{ij}$ (isto é, $A_0 = 0$ e $A_1 = 1$) para $i = 1, 2, 3, \dots, n$, sendo os e_{ij} 's variáveis aleatórias normais com média 0 e variância 1. Os valores de X foram fixados (de 0 a 1,8 em intervalos de 0,2) em 10 observações ($n = 10$). A mesma simulação foi feita para diferentes números de amostras, e as conclusões foram constantes para todas elas. Logo, Mahmoud e Woodall (2004) apresentaram os resultados apenas para a simulação considerando $k = 20$.

Para todas as amostras, foram consideradas mudanças fixas em m dos k modelos individuais, para $m = 2, 5$ e 10 . As mudanças no coeficiente linear são mensuradas em unidades de $\sigma/\sqrt{n}$, mudanças na inclinação em unidades de $\sigma/\sqrt{S_{XX}}$ e, no desvio-padrão em unidades de σ . Para cada um dos parâmetros foram feitas mudanças de diferentes magnitudes, isto é, para cada simulação, as mudanças variaram de 0,5 a 5 (em intervalos de 0,5) unidades específicas de cada parâmetro (descritas anteriormente).

Foram executadas 10.000 simulações, e os desempenhos avaliados de acordo com a probabilidade de detecção do sinal *fora de controle* associada a cada método. A Figura 4.1, extraída de Mahmoud e Woodall (2004), mostra as probabilidades de detecção para mudanças no coeficiente linear, isto é, o parâmetro mudando de A_0 para $A_0 + \lambda \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (λ variando de 0,5 a 5 com intervalos de 0,5).

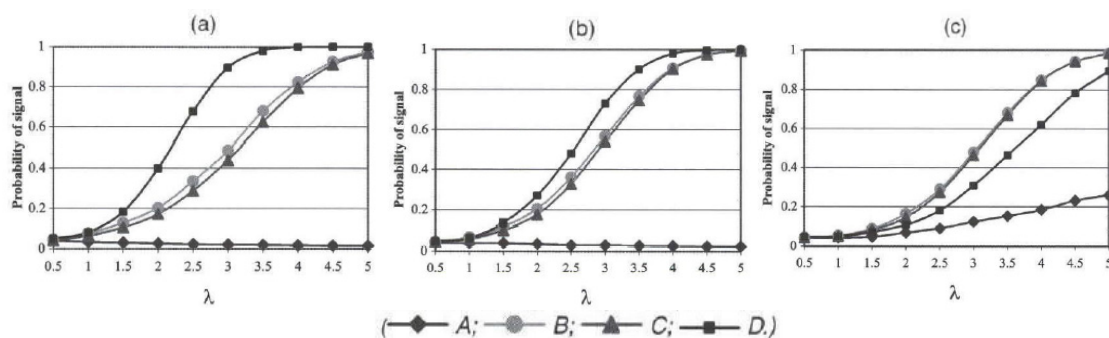


Figura 4.1 – Simulação para mudanças no coeficiente linear, em que (a) $m=10$; (b) $m=5$; (c) $m=2$. Ilustração extraída de Mahmoud e Woodall (2004)

Pode-se observar na Figura 4.1(a), onde a mudança ocorreu em 50% das amostras, que para todas as magnitudes de mudanças (λ) o método D indicou maiores probabilidades de detecção de sinais *fora de controle*, seguido pelo método B e C. O método A se mostrou bastante ineficiente. Na Figura 4.1(b) (mudanças em 25% das amostras) observa-se a mesma ordem dos desempenhos, porém as diferenças entre as probabilidades dos métodos D, B e C são consideravelmente menores. Já para as mudanças realizadas em 10% das amostras, representada pela Figura 4.1(c), os métodos B e C se mostraram mais eficientes, seguidos pelo D, e por último o A.

A Figura 4.2 mostra as probabilidades de detecção de sinais *fora de controle* resultantes das simulações de diferentes alterações na inclinação. As mudanças no parâmetro foram feitas em magnitudes de β (variando de 0,5 a 5 com intervalos de 0,5), resultando em alterações de A_1 para $A_1 + \beta \frac{\sigma}{\sqrt{S_{XX}}}$.

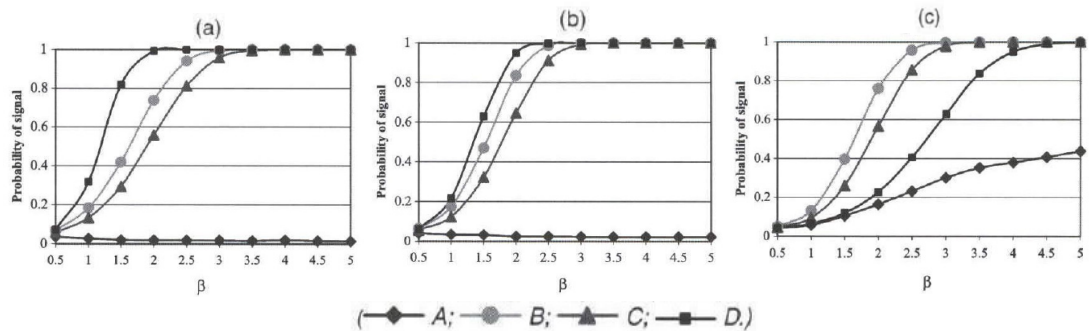


Figura 4.2 – Simulação para mudanças na inclinação, em que (a) $m=10$; (b) $m=5$; (c) $m=2$. Ilustração extraída de Mahmoud e Woodall (2004)

A Figura 4.2(a) mostra as diferentes escalas de mudanças simuladas para 50% das amostras. O método D se mostrou mais eficiente para a detecção, seguido pelos métodos B e C e novamente por último o método A. Para mudanças em 25% das amostras, observa-se a mesma ordem de desempenhos, porém os métodos B e C se aproximam mais do D, enquanto que o método A se mostra insensível às mudanças. Quando as simulações de mudanças ocorrem em apenas 10% das amostras, o método B se mostra o mais eficaz, pouco à frente do método C. É importante destacar o desempenho do método D, que caiu consideravelmente para as mudanças feitas em

menor número de amostras, obtendo probabilidades de detecção bem menores que os métodos B e C. O método A teve o pior desempenho dentre todos os métodos.

A última simulação a ser analisada é relacionada às diferentes mudanças realizadas no desvio-padrão do processo. Cada mudança de magnitude γ (variando de 1,2 a 3 com intervalos de 0,2) resultará na alteração do parâmetro de σ para $\gamma\sigma$. A Figura 4.3 mostra as probabilidades de detecção para os quatro métodos.

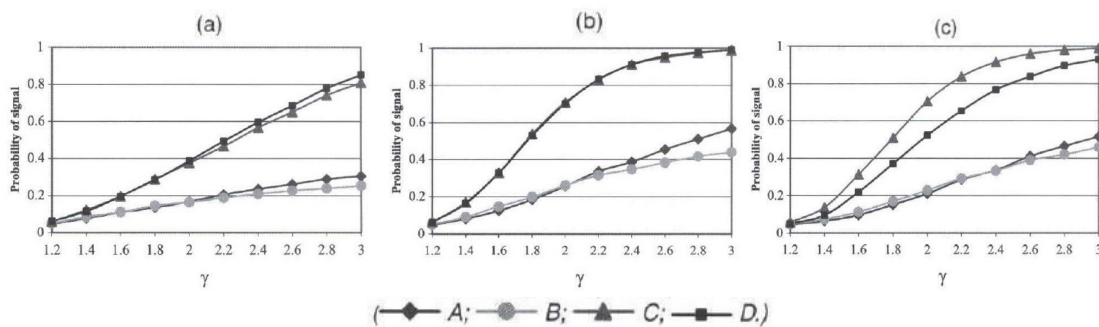


Figura 4.3 – Simulação para mudanças o desvio-padrão, em que (a) $m=10$; (b) $m=5$; (c) $m=2$. Ilustração extraída de Mahmoud e Woodall (2004)

Para as mudanças no desvio-padrão realizadas em 50% e 25% das amostras, Figuras 4.3(a) e 4.3(b) respectivamente, os métodos C e D apresentaram o melhor desempenho, ambos com desempenhos muito similares. Já os métodos B e A apresentaram os piores desempenhos, com o método B se mostrando pior que o A. Mudanças em 10% das amostras mostram uma melhora do desempenho do método C, superando o D, enquanto que os métodos B e A obtiveram probabilidades de detecção muito baixas. É interessante destacar o desempenho do método B, que obteve um desempenho bom quando submetido a mudanças no coeficiente linear e na inclinação, porém para alterações no desvio-padrão, este método se mostrou bastante ineficiente.

4.2. Critérios de decisão

Com a análise dos desempenhos dos quatro métodos, é possível avaliar qual deles se mostrou mais eficiente, e mais importante, qual melhor se adapta às propostas deste trabalho.

De uma forma geral, para mudanças realizadas no coeficiente linear e na inclinação, envolvendo um grande número de amostras (50% do total de amostras analisadas), o método D obteve maiores probabilidades de detecção de sinais *fora de controle*, seguidos pelos métodos B e C, com desempenhos bastante similares, enquanto que o método A obteve o pior desempenho. Na medida em que as amostras afetadas pela mudança diminuem, os desempenhos dos métodos B e C melhoram, diminuindo consideravelmente as diferenças entre as probabilidades de detecção dos três métodos (D, B e C), como é possível observar para mudanças realizadas em 25% das amostras. Por fim, para alterações realizadas em um pequeno número de amostras (10%), métodos B e C se mostram os mais eficazes, com desempenhos similares para mudanças no coeficiente linear e na inclinação. O desempenho do método D diminui consideravelmente para números menores de amostras afetadas, mostrando probabilidades de detecção maiores apenas que o método A.

Pode-se observar um padrão no comportamento dos métodos para mudanças realizadas no coeficiente linear e na inclinação, porém, para alterações no desvio-padrão observa-se comportamentos diferentes. Para mudanças em 25% a 50% do total de amostras, os métodos C e D têm melhores desempenhos, e com probabilidades de detecção quase idênticas para todas as escalas de mudanças. Já o método B, que se mostrava bem eficaz para alterações no coeficiente linear e inclinação, tem o pior desempenho dentre todos os métodos, pouco atrás do método A. A mesma ordem de desempenhos se observa para um pequeno número de amostras afetadas pelas mudanças (10%), em que a única diferença a ser destacada é um melhor desempenho do método C em relação ao D.

Apontados os pontos fortes e fracos de cada método, será analisada a relevância destes prós e contras para o objetivo do trabalho, com destaque especial

para dois pontos de extrema relevância: adoção de aproximações no modelo e quantidade de amostras afetadas.

Como foi detalhado, o principal foco deste Trabalho de Formatura é analisar as possíveis alterações no parâmetro da inclinação de diversas retas obtidas a partir de retornos de um determinado ativo e retornos do Ibovespa. Logo, serão priorizados os métodos que se mostrarem mais sensíveis à alterações na inclinação, enquanto que alterações no coeficiente linear serão consideradas como menos relevantes para o objetivo do trabalho. Esta menor relevância se deve ao fato de mudanças deste tipo requererem uma análise mais qualitativa dos fundamentos da empresa estudada, aspecto que não será tratado neste trabalho. O desvio-padrão é um importante indicador da volatilidade dos retornos das ações com relação ao Índice Bovespa, portanto, será considerado na avaliação dos métodos.

O primeiro ponto a ser tratado é a necessidade de aproximações nos métodos C e D para que estes possam ser aplicados no problema estudado. Como o Monitoramento de Perfil Linear é uma ferramenta estatística amplamente utilizada em aplicações de calibração, os perfis desses processos são obtidos através da regressão linear baseada em valores de X fixos para todas as amostras. Para cada valor de X previamente fixado espera-se um determinado valor de Y para que o processo seja considerado estável e não precise de calibração. Logo, para as aplicações do método C e D, os autores Kim et al. (2003) e Mahmoud e Woodall (2004) respectivamente, consideraram em sua modelagem que os valores de X são fixos para todas as amostras, e essa premissa é assumida justamente para as análises de alterações na inclinação, o foco deste estudo.

Para detalhar como os valores de X fixos influenciam nos cálculos da modelagem, a análise será iniciada pelo método C proposto por Kim et al. (2003). Nesta abordagem os autores propõem o uso de três gráficos de controle para detecção de mudanças no coeficiente linear, inclinação e desvio-padrão. A metodologia para obtenção dos limites de controle referentes aos gráficos do coeficiente linear e desvio-padrão podem ser obtidas sem a necessidade dos valores de X serem fixos para todas as amostras. Porém para determinar os limites de controle do gráfico

referente à inclinação, assume-se que todos os valores de S_{XX} 's são iguais para todas as amostras, dado que a equação que descreve esse parâmetro é:

$$S_{XX(j)} = \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 \quad i = 1, 2, \dots, n \text{ e } j = 1, 2, \dots, k \quad (65)$$

sendo n o número de observações e k o número de amostras. Se os valores de X são fixados para todas as amostras tem-se:

$$S_{XX(j)} = S_{XX} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad i = 1, 2, \dots, n \text{ e } j = 1, 2, \dots, k \quad (66)$$

As Eq.(53) e Eq.(54) apresentadas na seção 3.2.4 mostram que os valores dos limites de controle do gráfico referente à inclinação dependem de um único valor de S_{XX} , dado que os valores de X são previamente fixados.

Como neste trabalho os valores de X correspondem aos retornos do Índice Bovespa, que obviamente não são fixos, para a aplicação deste método uma aproximação de todos os $S_{XX(j)}$'s para um $\bar{S}_{XX}$ será necessária. O mesmo ocorreria com as Eq.(63) e Eq.(64) da segunda etapa do método D, apresentadas na seção 3.2.4.

O segundo ponto importante diz respeito à quantidade de amostras que sofrerão alterações, considerando o contexto deste estudo. A aplicação da modelagem que será proposta tem o objetivo de verificar a estabilidade da relação entre o retorno do ativo e o retorno do mercado, em um determinado intervalo de tempo. Assim, todas as amostras que forem apontadas como estatisticamente *fora de controle* não serão consideradas na estimação do valor da inclinação, e nem para estimações futuras. Logo, dado que esta análise de estabilidade será realizada em intervalos de tempo não muito longos, e que todas as amostras históricas que se mostraram instáveis não serão consideradas em novas análises, é razoável assumir que as quantidades de amostras que serão indicadas como instáveis não serão uma proporção muito grande do total de amostras estudadas.

Com base nessas informações, a discussão sobre qual método será utilizado é apresentada a seguir.

O método A será descartado por apresentar resultados bem abaixo dos demais.

No método B, apesar de seu bom desempenho geral, existem dois pontos fracos em sua aplicabilidade para o tema do trabalho. O primeiro é o fato de, uma vez detectada a instabilidade em uma amostra, não ser possível distinguir se essa instabilidade é causada pelo coeficiente linear, inclinação ou desvio-padrão. Logo, esta amostra seria excluída da análise para que o processo fosse feito novamente. Porém, se a detecção foi causada pela instabilidade no coeficiente linear, sendo que a inclinação se manteve estável, estar-se-ia excluindo uma amostra estável, para os propósitos de análise da inclinação, podendo causar uma diminuição na precisão da estimativa final do parâmetro. O segundo ponto é a ineficiência do método em detectar mudanças no desvio-padrão do modelo.

Se compararmos os métodos C e D, apesar do método D apresentar melhor desempenho para um número grande de amostras afetadas, para um menor número de amostras instáveis o método C apresenta melhores probabilidades de detecção. Como descrito anteriormente, acredita-se que poucas amostras se apresentarão instáveis. Outro ponto a ser destacado é a facilidade de interpretação dos resultados do método C, que apresenta três gráficos de controle separados, referentes a cada parâmetro da regressão.

Portanto a modelagem utilizada neste trabalho será o método C proposto por Kim et al. (2003).

4.3. Descrição da Modelagem

Nesta etapa do estudo será apresentada a modelagem da Fase I do Monitoramento de Perfil Linear, utilizando a metodologia proposta por Kim et al. (2003), aplicada a estimação do parâmetro *beta* de ações.

Partindo de uma base de dados históricos contendo as cotações de fechamento (cotação do último negócio realizado no pregão regular) das ações escolhidas e do

Índice Bovespa, obtém-se uma segunda base de dados com as variações diárias de cada ativo através do cálculo de variação simples:

$$R_{i,t} = \left(\frac{P_{i,t}' + d_{i,t}}{P_{i,t-1}} - 1 \right) 100\% \quad (67)$$

onde $R_{i,t}$ é o retorno diário da ação i , $P_{i,t}'$ é a cotação de fechamento do dia t , $d_{i,t}$ é o ajuste relacionado aos proventos da ação em t , e $P_{i,t-1}$ é a cotação de fechamento do dia $t - 1$.

Não haverá preocupação com os ajustes relacionados aos proventos, uma vez que a base de dados utilizada, proveniente do software *Economatica*[®], já ajusta todos os dados históricos com os atuais proventos. Logo tem-se que:

$$R_{i,t} = \left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}} - 1 \right) 100\% \quad (68)$$

onde $P_{i,t} = P_{i,t}' + d_{i,t}$ é a cotação de fechamento ajustada por proventos.

Com a base de dados dos retornos diários de cada ação e do Ibovespa, tem-se os dados de entrada do modelo, isto é, os valores de Y serão representados pelos retornos diários da ação i , e os valores de X representados pelos retornos diários do Ibovespa. Definindo o número de amostras k , e o número de observações n em cada amostra, tem-se um intervalo de tempo t a ser analisado. A data de início do período t é definida pela data da primeira observação da primeira amostra, e sua data final indicada pela data da última observação relacionada à última amostra. Para ilustrar, a Figura 4.4 esquematiza o horizonte de análise:

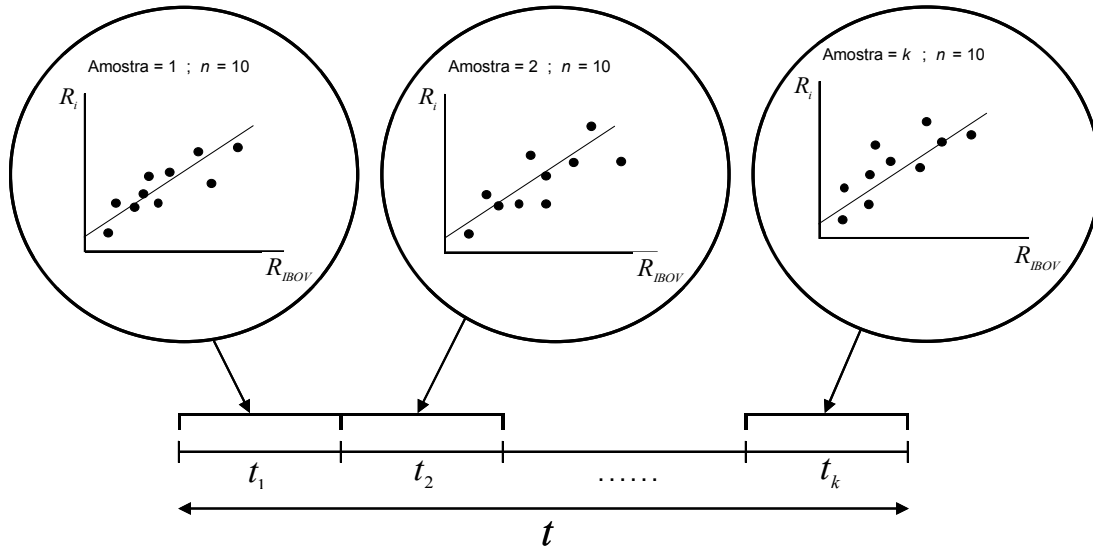


Figura 4.4 – Esquemática do horizonte de análise

Com isso, é possível prosseguir com a aplicação da Fase I utilizando a abordagem proposta por Kim et al. (2003).

A metodologia seguirá a descrição do método C na seção 3.2.4. Porém, como descrito na própria seção, os valores de X utilizados neste trabalho não são fixos, necessitando da aproximação de todos os $S_{XX(j)}$'s para um único $\bar{S}_{XX}$. Para tanto, será utilizada a seguinte expressão:

$$\bar{S}_{XX} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k S_{XX(j)} \quad (69)$$

onde $S_{XX(j)}$ são os S_{XX} 's parciais de cada amostra j .

A aproximação resulta nos seguintes limites de controle para a inclinação:

$$UCL = \bar{b}_1 + t_{k(n-2), \alpha/2} \sqrt{(k-1)MSE / (k\bar{S}_{XX})} \quad (70)$$

$$LCL = \bar{b}_1 - t_{k(n-2), \alpha/2} \sqrt{(k-1)MSE / (k\bar{S}_{XX})} \quad (71)$$

Todo o restante da metodologia descrita na seção 3.2.4 (método C) permanece igual.

Apesar de este método abordar o monitoramento da estabilidade do coeficiente linear, o modelo proposto levará em conta apenas a análise da inclinação

e do desvio-padrão, que são o foco deste trabalho. Assim, as Figuras 4.5 e 4.6 detalham as características dos dois gráficos de controle que serão resultado de cada iteração do modelo proposto.

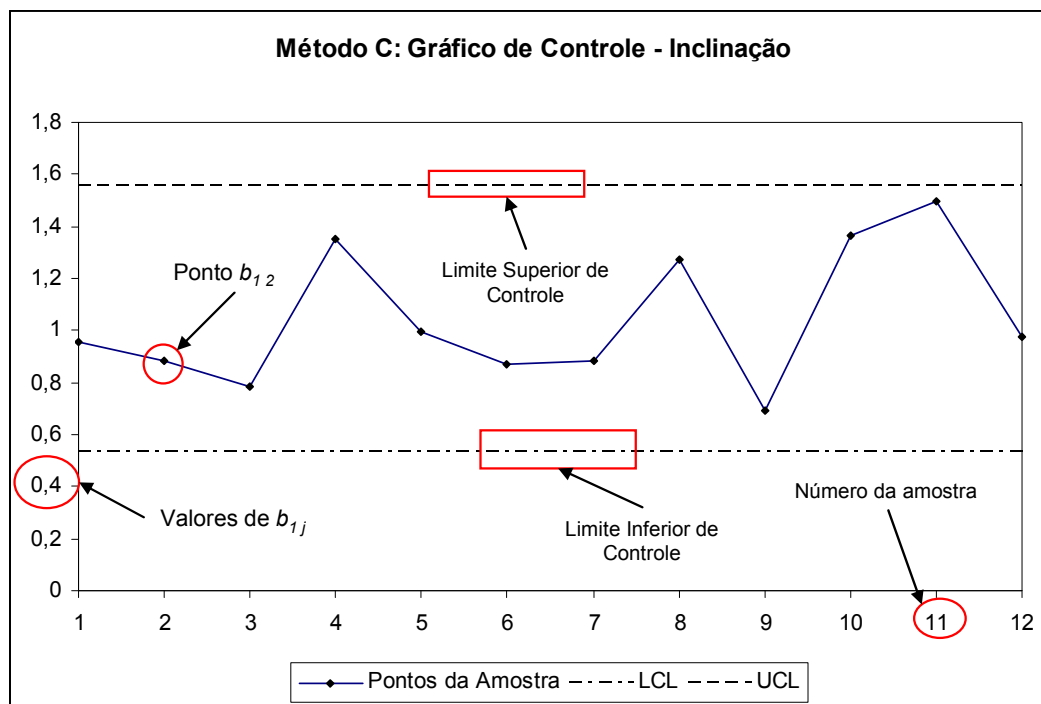


Figura 4.5 – Gráfico de Controle da Inclinação

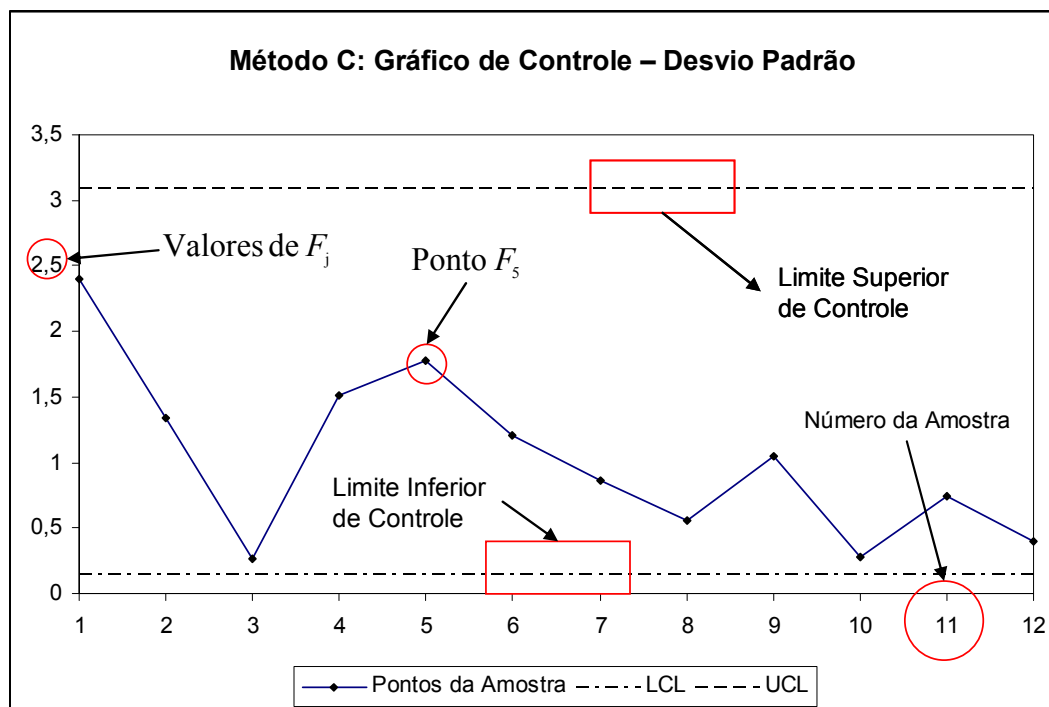


Figura 4.6 – Gráfico de Controle do Desvio-Padrão

As Figuras 4.5 e 4.6 mostram o caso em que os parâmetros da reta de regressão obtidos a partir do retorno do ativo i como variável resposta, e do retorno do Ibovespa como variável explicativa, se encontram no estado estável. Essa afirmação é justificada pelo fato de todos os pontos b_{1j} 's e F_j 's se encontrarem dentro dos respectivos limites de controle. Logo, como as inclinações e os desvios-padrão das retas de regressão se mantiveram estáveis ao longo de todas as amostras (a um certo nível de confiança estabelecido), para estimar o β do ativo, basta calcular a inclinação da reta referente a todo o período analisado, por meio do Método dos Mínimos Quadrados.

Agora será analisado o caso em que um ou mais pontos se encontram fora dos limites de controle, ilustrado pela Figura 4.7:

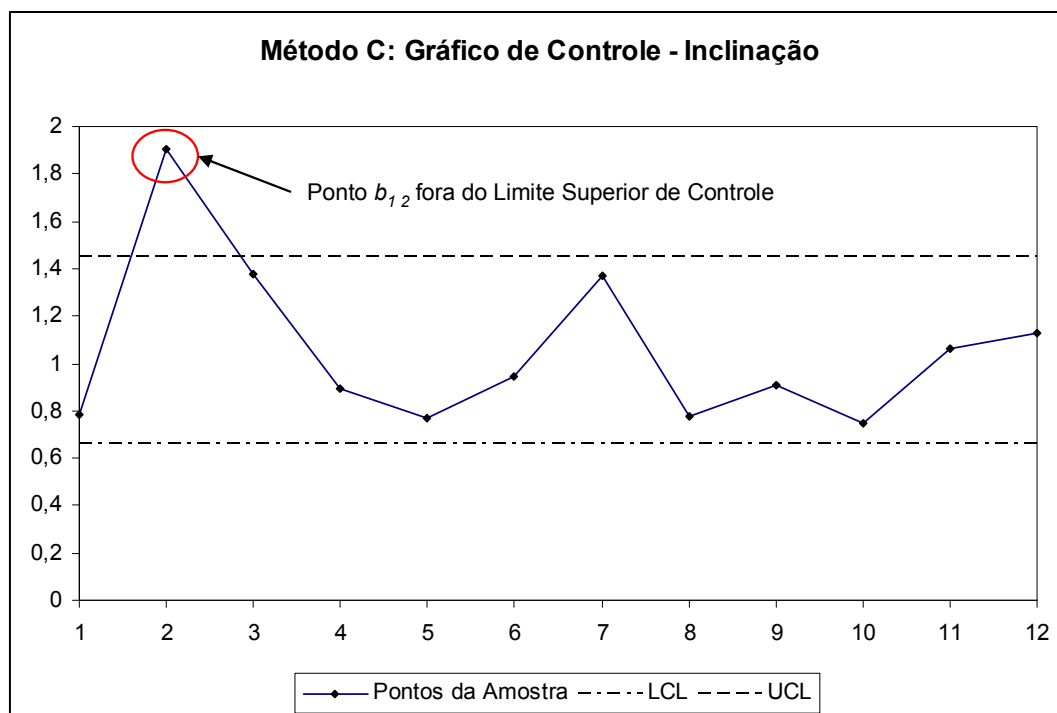


Figura 4.7 – Verificação de Instabilidade

Um ponto que se encontra fora dos limites de controle indica que a amostra a ele relacionada está instável, isto é, o parâmetro desta amostra (no caso da Figura 4.7, a inclinação) está estatisticamente *fora de controle* em relação aos demais (a um certo nível de confiança especificado). Neste caso, a respectiva amostra é excluída da

análise, e o processo é repetido da mesma forma, mas, desta vez sem considerar a amostra instável. A análise ainda considerará o período t , porém, a estimação está sendo aperfeiçoada ao retirar uma amostra considerada estatisticamente instável, dado que se esta amostra fosse incluída a estimativa seria afetada, e provavelmente não representaria os parâmetros da melhor forma possível. A Figura 4.8 destaca a amostra que será excluída, porém o período total t continua sendo considerado na análise:

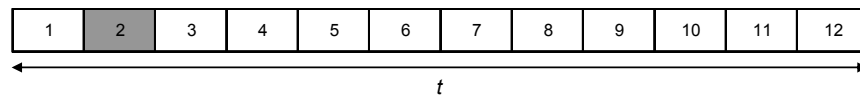


Figura 4.8 – Exclusão de amostra instável

Portanto a rotina da modelagem seguirá o fluxograma apresentado na Figura 4.9:

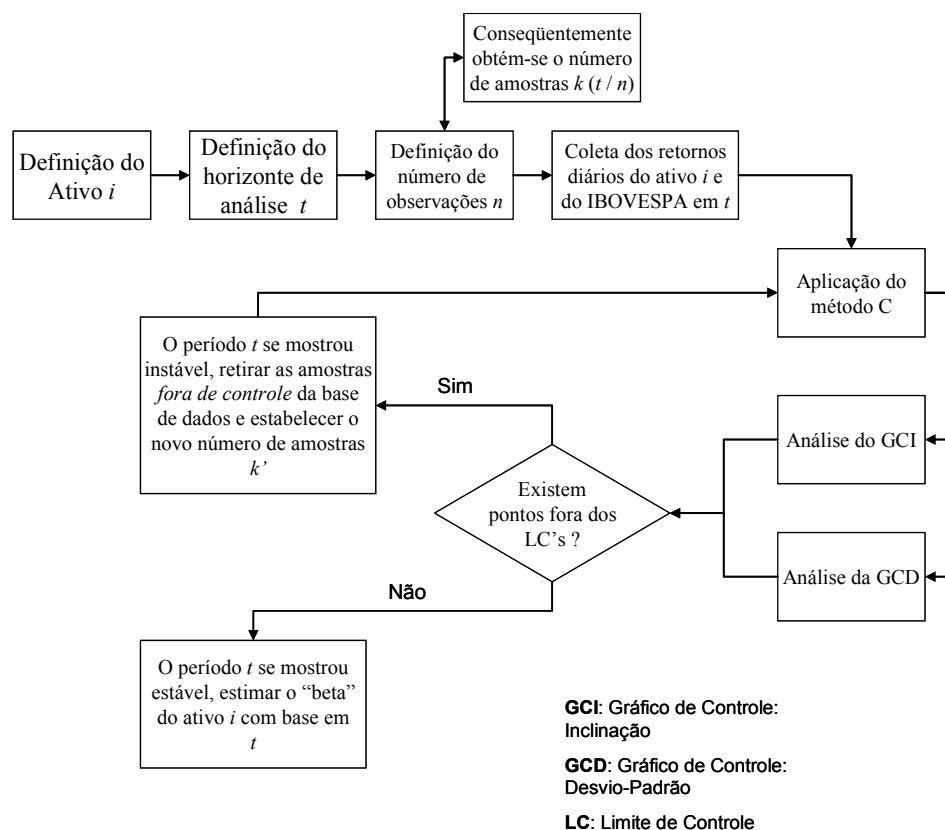


Figura 4.9 – Fluxograma do Modelo Proposto

A rotina do modelo proposto começa com a definição do ativo i e do horizonte de análise t desejado. A segunda etapa é definir o número de observações k correspondentes a cada amostra, que resultará no número total de n amostras contidas no período t . Com base nestas definições iniciais, os dados de retornos diários do ativo i e do Ibovespa serão coletados da base de dados. Estas informações serão os dados de entrada do método C, que com sua aplicação resultará em dois gráficos de controle: um referente à inclinação e outro ao desvio-padrão. Analisando a distribuição dos pontos e os limites de controle no gráfico, é possível identificar se existem pontos fora dos limites de controle. A existência de ao menos um ponto fora dos limites de controle, tanto no gráfico referente à inclinação quanto ao desvio-padrão, indica a instabilidade das amostras a eles relacionadas. Logo, deve-se retirar as amostras instáveis da base de dados, para que o método possa ser aplicado novamente.

Após a execução da rotina, se todos os pontos, dos dois gráficos de controle, se encontram dentro dos limites, pode-se dizer que a inclinação e o desvio-padrão do período analisado se mostraram estáveis, logo a estimação do β do ativo pode ser feita. Assim, considerando todas as amostras como um único conjunto de dados, o β é estimado através do Método dos Mínimos Quadrados.

Capítulo 5: APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

5. APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

O modelo proposto, que utiliza a abordagem proposta por Kim et al. (2003), foi desenvolvido na linguagem de programação *VBA (Visual Basic for Application)* utilizando o software *Microsoft Office Excel 2003*[®] e seu detalhamento pode ser encontrado no Anexo A. Neste capítulo, será apresentada a aplicação do modelo em um conhecido *case*, o da empresa NET Serviços de Comunicação S.A. Em seguida o modelo será aplicado para quatro diferentes classes de ações.

Para contextualizar os resultados do modelo, será apresentada uma aplicação das diferentes classes de ações na estratégia *Market Neutral*, e com base nesta aplicação uma análise dos resultados finais será realizada.

5.1. Case NET Serviços de Comunicação S.A.

A NET Serviços é a maior empresa de multisserviços via cabo da América Latina, oferecendo serviços de TV por assinatura, internet banda larga e voz. A companhia iniciou suas operações em 1991, denominada Multicanal Participações S.A., visando consolidar-se como um grande *player* no segmento de mídia e telecomunicações. Ao longo dos anos, a empresa foi crescendo e em 1998 os principais ativos da Globo Cabo Participações S.A. foram incorporados à Multicanal, que teve um aumento da participação acionária da Globo Cabo Holding, alterando sua denominação de Multicanal para Globo Cabo S.A. No fim da década de 90 grandes empresas como a *Microsoft* e o Bradesco também tornaram-se acionistas, gerando enormes expectativas por parte dos investidores.

No auge do *boom* da internet, e com o crescimento desenfreado das empresas “.com”, todos esperavam um crescimento expressivo dos segmentos de TV a cabo e principalmente internet no país. Conseqüentemente, a Globo Cabo S.A. se tornou destaque no mercado financeiro, com a cotação das suas ações disparando. Frente a

este cenário, a empresa aumentou o volume de financiamento destinado ao investimento na expansão dos negócios.

Tudo indicava para o sucesso da empresa, quando a “bolha da internet” (fenômeno de supervalorização do setor) se rompe no mercado internacional, gerando uma grave crise sistemática. Como consequência, além da cotação das ações de empresas deste segmento despencar, a cotação do real disparou. Como a Globo Cabo se encontrava com elevada alavancagem financeira em dólares e tinha toda sua receita em real, a empresa entrou em uma crise sem precedentes. Para se recuperar, a empresa começou uma reestruturação financeira no ano de 2002, trocando sua denominação para NET Serviços de Comunicação S.A. e reestruturando suas dívidas financeiras junto aos seus credores. Com a duração de aproximadamente 3 anos, a NET concluiu sua reformulação, com resultados acima do esperado, e ao longo do tempo foi adquirindo um série de outros *players*, até se fixar como uma das maiores empresas do segmento no país. A Figura 5.1 mostra a evolução da cotação da ação da empresa já ajustada pelos proventos, obtidas do *software Economatica*[®]:

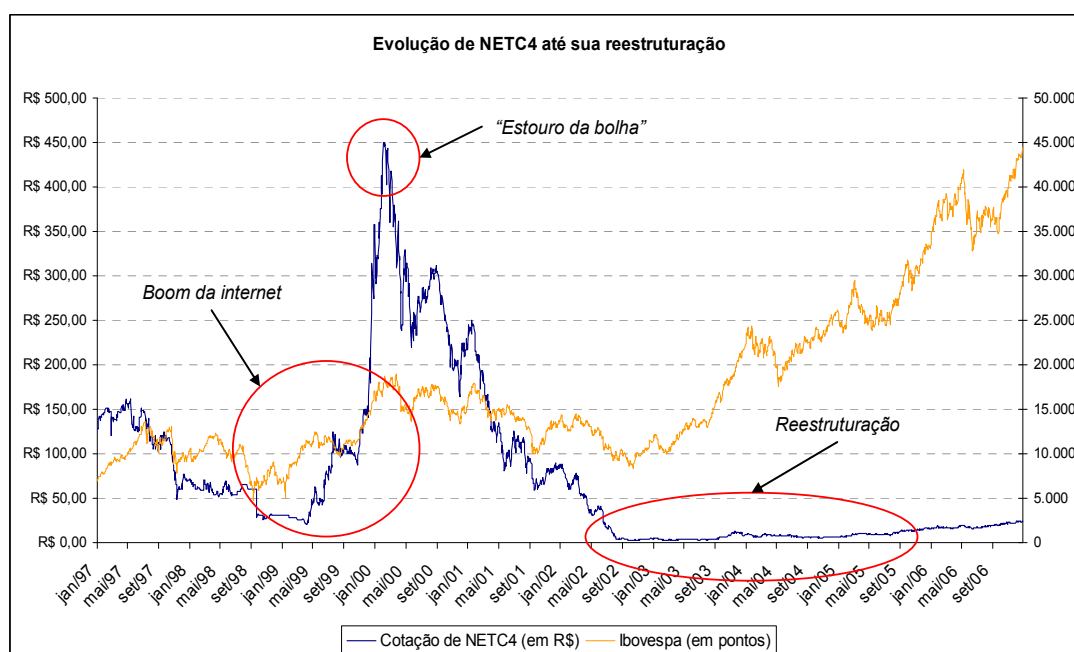


Figura 5.1 – Estágios da cotação de NETC4 e Ibovespa

Para ilustrar a aplicação do modelo no *case* da NET Serviços de Comunicação S.A. serão estabelecidos os seguintes parâmetros do modelo:

- *Data inicial*: 10/01/97
- *Data final*: 30/11/06
- *Número de observações (n) por amostra* = 30
- *Intervalo de Confiança* = 97,5%

Estes parâmetros resultam em 86 amostras. De uma forma mais clara, serão utilizadas 86 amostras, cada amostra contendo 30 observações das variações diárias da cotação de NETC4 e dos pontos do Ibovespa. Cada amostra com 30 pontos resulta em uma reta obtida pela regressão linear simples, portanto tem-se 86 retas. O objetivo da aplicação do modelo é monitorar a estabilidade de seus parâmetros ao longo do tempo. A saída do modelo é apresentada pela Figura 5.2:

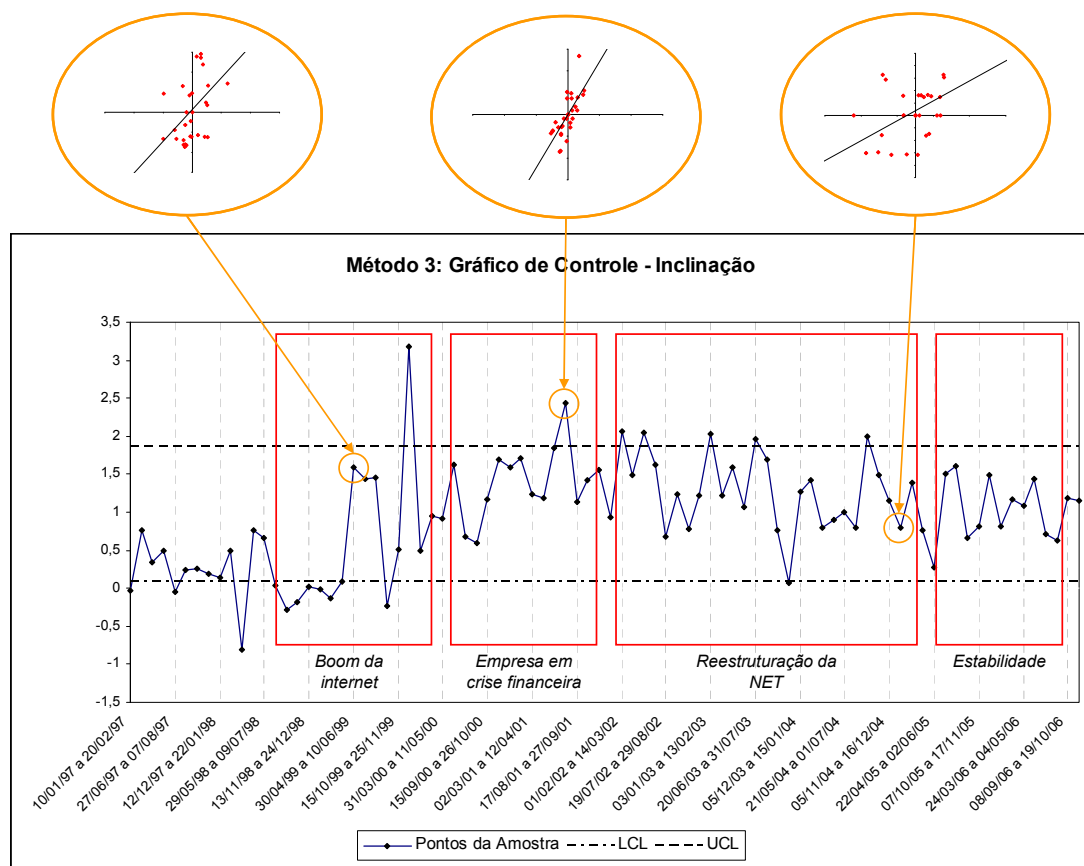


Figura 5.2 – Gráfico de Controle da inclinação para NETC4

Pode-se observar na Figura 5.2 que as amostras situadas entre a metade de 1998 e o começo de 2000, apresentam comportamento bastante instável, indicado pelos pontos fora dos limites de controle. Este período refere-se justamente ao fenômeno do *boom* da internet, com ápice em março de 2000, seguido pelo “estouro da bolha” que resultou em uma grave crise financeira na empresa.

Quando ocorreu o *boom* da internet, a NET foi afetada de forma diferente se comparada com o resto do mercado em geral, isto é, os investidores estavam otimistas com esse segmento, e esse otimismo não se refletia com a mesma intensidade nos demais setores do mercado. Este fato provocou uma mudança na relação entre a variação do papel NETC4 e a variação do Ibovespa, conseqüentemente causando uma mudança nos parâmetros da reta que os relaciona. O mesmo ocorre no momento de crise da empresa.

Os pontos fora dos limites de controle entre os anos de 2002 a 2005, indicados na Figura 5.2, mostram que o comportamento do *beta* da ação NETC4 neste período ainda apresenta certa instabilidade, possivelmente gerada pela fase de reestruturação que a empresa sofria. Após esse período, com a reestruturação da empresa finalizada, pode-se observar que todos os pontos se encontram dentro dos limites de controle, indicando a estabilidade da inclinação das retas que representam as amostras.

É evidente que para fins de estimação dos parâmetros um horizonte de análise de 9 anos é totalmente inviável, dado que neste período a empresa pode ter sofrido diversas mudanças em seus fundamentos, assim como pode ter ocorrido mudanças em seu setor de atuação. Isso geraria distorções na estimação dos parâmetros da reta, em particular no *beta* de sua ação, que é o alvo desse estudo. Assim, este *case* foi apresentado para ilustrar a aplicabilidade do modelo, e mostrar uma visão geral do que ocorreu com os parâmetros da reta resultante das amostras ao longo dos diversos cenários que empresa presenciou.

5.2. Aplicação para diferentes classes de ativos

Para exemplificar a aplicação do modelo de forma mais concreta, serão escolhidas algumas ações com diferentes características, para que a estimação do *beta* possa ser realizada. O processo seguirá a metodologia do modelo proposto na seção 4.3.

A definição das ações que farão parte deste estudo foi feita visando abordar diferentes setores da economia, e empresas de portes distintos, destacando as diversas abordagens dependendo das características da ação analisada.

A divisão será feita de acordo com o porte da empresa, juntamente com a liquidez de suas ações, isto é, volume financeiro negociado na Bovespa. Para efetuar esta divisão serão utilizados critérios simples como valor de mercado da empresa e volume financeiro médio negociado na Bolsa. Tal divisão é necessária, pois o intervalo de tempo definido para a coleta das amostras difere de acordo com a liquidez da ação. Isto é, não se pode analisar ações que são negociadas todos os dias com volumes financeiros sólidos, da mesma forma com que se analisa ações relacionadas a empresas de pequeno porte, com seus papéis sendo negociados em volumes muito menores, e com a possibilidade de períodos em que elas sequer são negociadas.

As quatro classes estudadas serão: *Blue Chips*, *Large Caps*, *Mid Caps* e *Small Caps*. Estas nomenclaturas são utilizadas no mercado para diferenciar as empresas quanto ao seu porte, valor de mercado e outras características.

As ações *Blue Chips* são aquelas relacionadas a empresas de grande porte, com alcance internacional, que entregam resultados sólidos ao longo do tempo. A liquidez de suas ações é alta, dado que o volume financeiro negociado na Bolsa tende a estar entre os maiores, devido a sua grande procura por parte dos investidores.

Ações de *Large Caps*, *Mid Caps* e *Small Caps* estão relacionadas à empresas com grande, médio e pequeno valor de mercado (*Market Capitalization*), definido pelo produto entre o número total de ações emitidas para negociação e o valor atual da ação, precificada pelo mercado. É claro que existem diversas metodologias e

critérios mais complexos para a divisão das empresas nestas classes, mas para os objetivos do trabalho, o valor de mercado e a liquidez das ações são critérios suficientes.

As Tabelas 5.1 e 5.2 mostram as características das empresas que representarão cada classe:

Tabela 5.1 – Divisão das empresas em classes

Classe	Empresa	Código na Bolsa	Tipo da Ação
<i>Blue Chip</i>	Petróleo Brasileiro S.A. Petrobrás	PETR4	Preferencial
<i>Large Cap</i>	Banco Itaú Holding Financeira S.A.	ITAU4	Preferencial
<i>Mid Cap</i>	Companhia Brasileira de Distribuição	PCAR4	Preferencial
<i>Small Cap</i>	Positivo Informatica S.A.	POSI3	Ordinária

Tabela 5.2 – Valor de Mercado e Volume médio negociado das empresas

Código na Bolsa	Valor de Mercado em 02/10/2008 (ajustado por proventos atuais)	Volume diário médio negociado de 02/01/08 a 02/10/08
PETR4	R\$ 281 bilhões	R\$ 909 milhões
ITAU4	R\$ 89 bilhões	R\$ 143 milhões
PCAR4	R\$ 8 bilhões	R\$ 21 milhões
POSI3	R\$ 0,5 bilhão	R\$ 8 milhões

Para analisar as quatro ações será definida como data presente 02/10/2008, isto é, as amostras serão coletadas a partir de uma data de início estabelecida para cada ação e com data final de 02/10/2008. Em todas as aplicações, primeiramente serão apresentados os gráficos das regressões lineares de cada amostra, para ilustrar graficamente os *betas* de cada ativo ao longo do período estudado. Depois, o modelo proposto será aplicado, e uma vez constatada a estabilidade da inclinação ao longo de todas as amostras (sempre a um nível de confiança de 97,5%), o *beta* da ação será estimado.

No início da análise de cada ativo, serão apresentadas as retas de regressão de cada amostra, que seguirão o seguinte gráfico padrão:

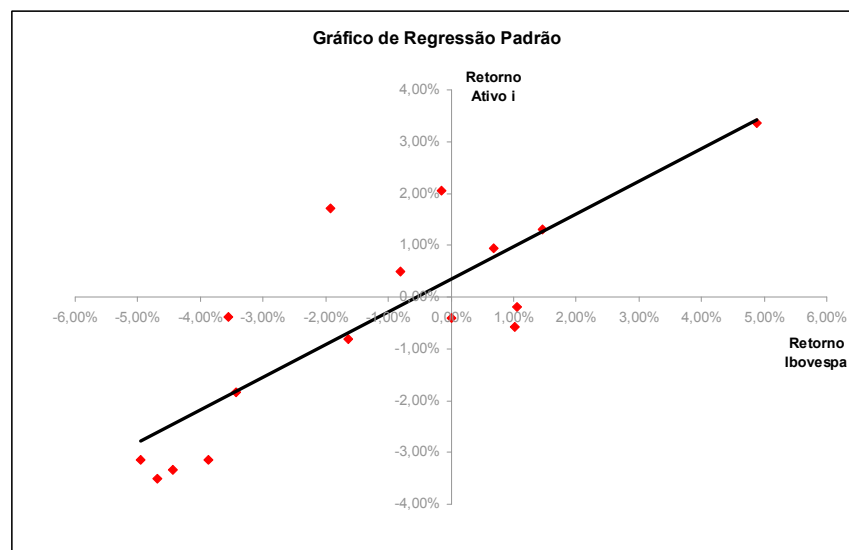


Figura 5.3 – Gráfico de Regressão Padrão

Para que a interpretação fique mais clara, os gráficos das retas de regressão apresentados na Figura 5.3 serão estilizados, ocultando os rótulos dos eixos e da escala. Porém, para cada ativo estudado, a escala se manterá fixa ao longo de todas as amostras, para que a comparação não seja distorcida.

A aplicação do modelo consiste em várias iterações, portanto, para cada uma, será apresentada uma figura contendo a saída do modelo, que é formado por dois gráficos de controle e um quadro com as informações obtidas da respectiva iteração.

- Petróleo Brasileiro S.A. Petrobrás - PETR4

Para analisar esta *Blue Chip* será utilizado um menor intervalo de tempo entre a primeira e a última amostra, devido ao seu grande volume de negociação. Como a liquidez da ação é alta, as distorções de precificação do papel são menores se comparadas a ações menos negociadas.

Serão considerados para o modelo, os seguintes parâmetros:

Tabela 5.3 – Dados de entrada para PETR4

Ação	PETR4
Data Inicial	04/07/2008
Data Final	02/10/2008
Número de observações por amostra	8

A análise será feita nos 3 meses imediatamente anteriores a data presente definida, com o tamanho da amostra de 8 dias úteis. Devido à alta liquidez e grande volume negociado na Bolsa, é possível definirmos um menor tamanho de amostra, e um período de análise relativamente curto.

A Figura 5.4 mostra as retas de regressão de cada amostra:

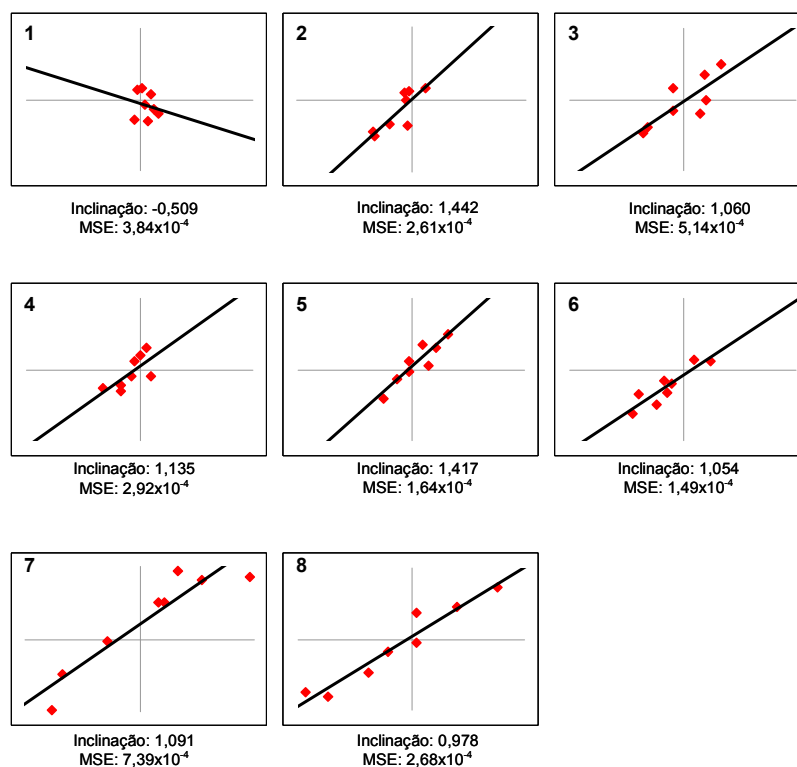


Figura 5.4 – Retas de regressão das amostras de PETR4

Aplicando o modelo tem-se os seguintes resultados:

✓ *Iteração #1*

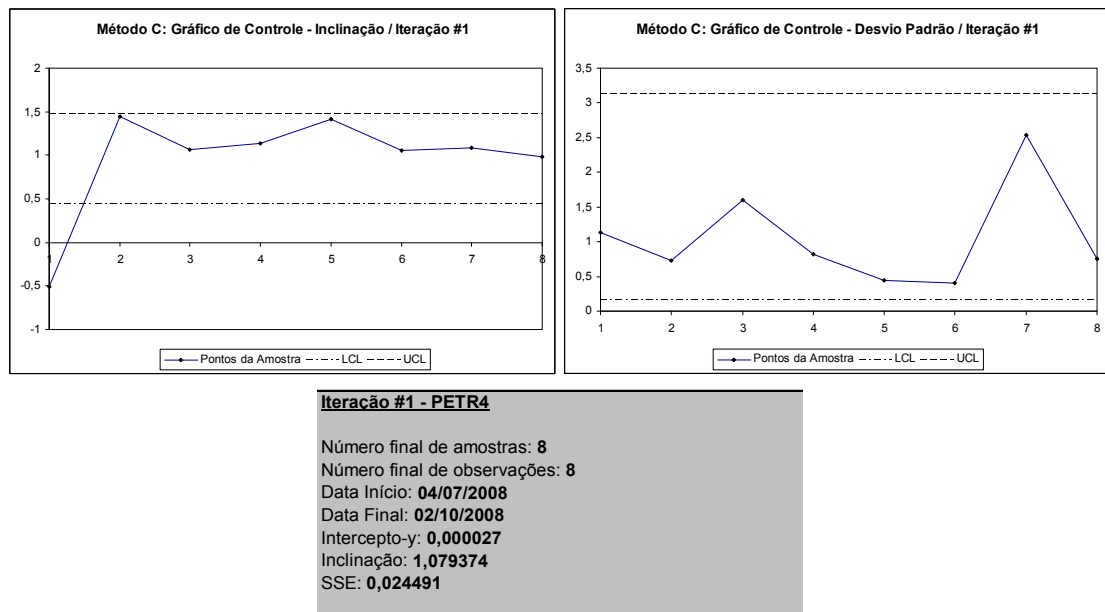


Figura 5.5 – Primeira iteração para PETR4

Observando a Figura 5.4, em que as retas de regressão são apresentadas, percebe-se visualmente que a amostra 1 apresentou uma inclinação bem diferente das demais. Esta constatação foi confirmada pelo gráfico de controle da inclinação, representado na Figura 5.5, que apresentou o ponto 1 abaixo do limite inferior de controle, caracterizando instabilidade na inclinação da amostra. Logo, a amostra é excluída para a execução da segunda iteração. O gráfico de controle do desvio-padrão da Figura 5.5 mostra que este parâmetro permaneceu estável ao longo das amostras.

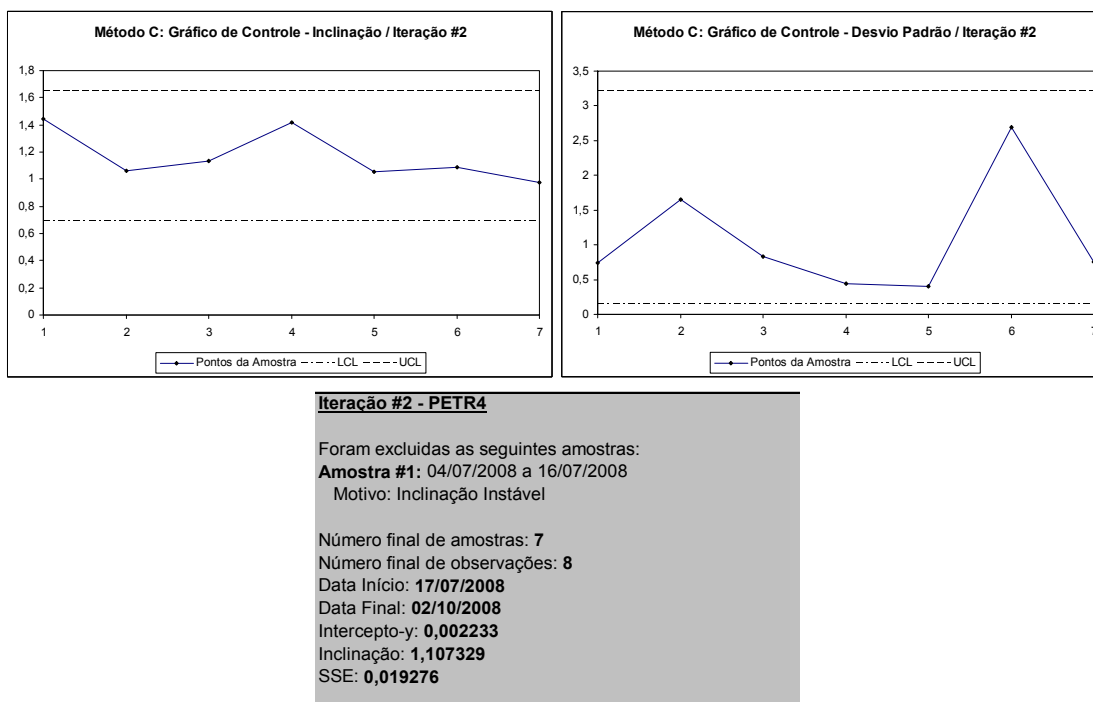
✓ *Iteração #2*

Figura 5.6 – Segunda iteração para PETR4

Após a segunda iteração, os gráficos de controle da Figura 5.6 mostram que todos os pontos se encontram entre os limites de controle, tanto da inclinação quanto do desvio-padrão. Esta constatação caracteriza a estabilidade dos dois parâmetros ao longo das amostras analisadas. Assim, o *beta* da ação pode ser determinado através da estimação pelo método dos mínimos quadrados. O quadro da Figura 5.6 mostra os novos valores dos estimadores.

Desta forma, pode-se perceber um refinamento na estimação da inclinação, dado que na primeira iteração a inclinação estimada era de 1,079 , porém continha uma amostra instável em sua base de dados. Já na segunda iteração, com a amostra instável removida, a inclinação passou para o valor de 1,107 , uma diferença de 0,028 com variação de +2,59 % no *beta* de PETR4.

- Banco Itaú Holding Financeira S.A. - ITAU4

Para o estudo da ação preferencial do Banco Itaú Holding, serão utilizados os mesmos parâmetros de entrada definidos para a aplicação em PETR4, por se tratar de uma empresa de grande porte, com alto índice de liquidez no mercado.

Tabela 5.4 - Dados de entrada para ITAU4

Ação	ITAU4
Data Inicial	04/07/2008
Data Final	02/10/2008
Número de observações por amostra	8

As retas de regressão de cada amostra são apresentadas na figura a seguir:

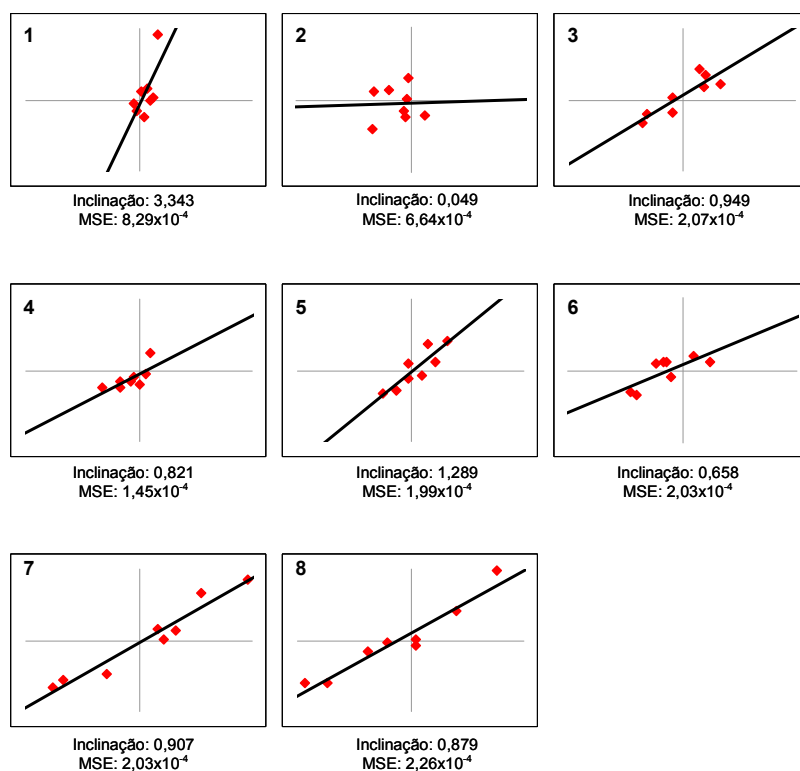


Figura 5.7 - Retas de regressão das amostras de ITAU4

Aplicando o modelo para ITAU4 tem-se:

✓ *Iteração #1*

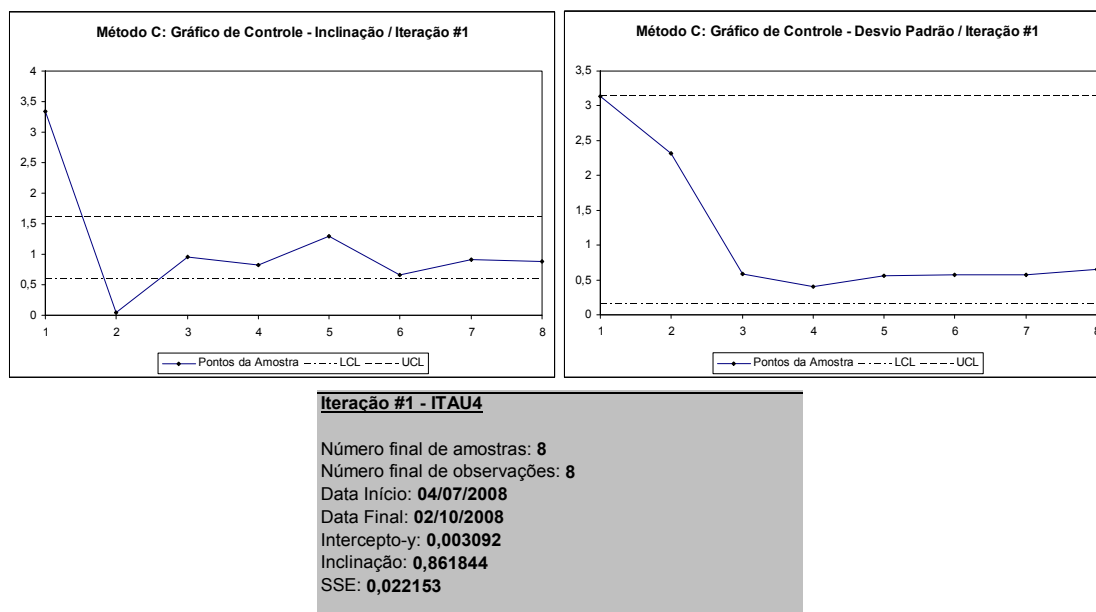


Figura 5.8 – Primeira iteração para ITAU4

Após a primeira iteração, os gráficos de controle da Figura 5.8 mostram a amostra 1 instável com relação à inclinação e ao desvio-padrão. O ponto relativo à amostra 2 se encontra fora dos limites de controle da inclinação. Tanto a amostra 1 quanto a 2 já se mostravam instáveis com relação a inclinação, como é possível perceber visualmente na Figura 5.7, que apresenta as retas de regressão de cada amostra. Com isso, ambas as amostras foram excluídas da análise e a rotina do método C executada novamente.

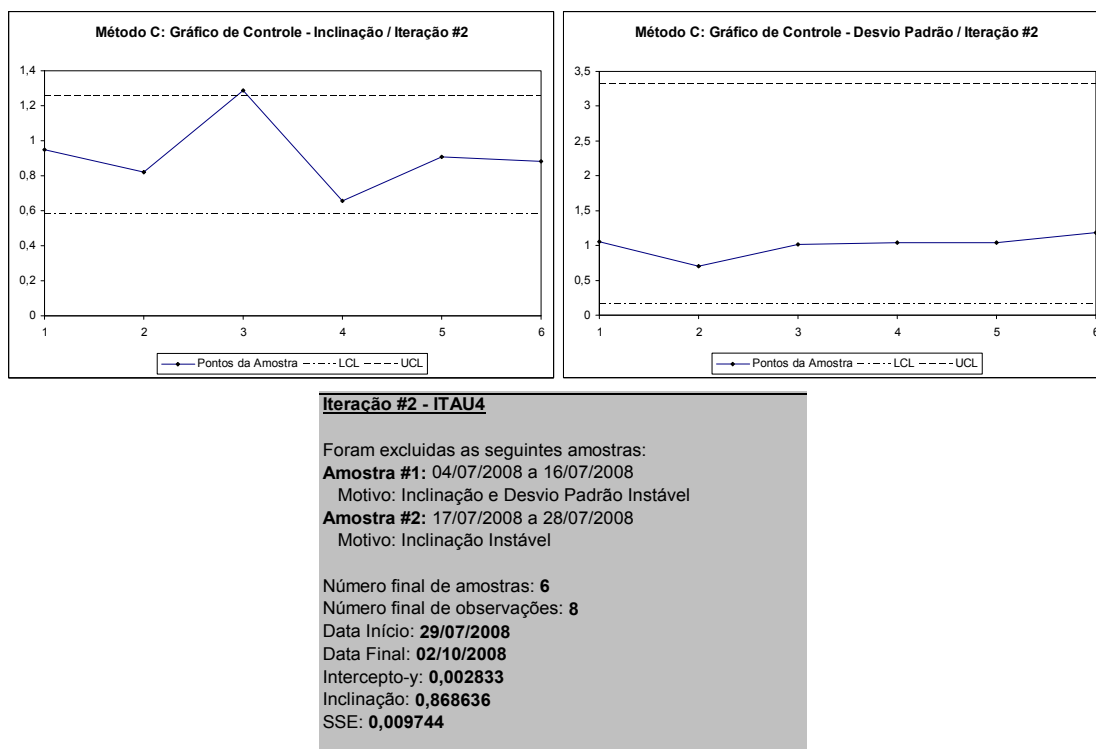
✓ *Iteração #2*

Figura 5.9 – Segunda iteração para ITAU4

Depois de executada a segunda iteração, ainda há uma amostra cujo ponto se encontra acima do limite superior de controle do gráfico da inclinação (Figura 5.9). Com relação ao desvio-padrão todas as amostras analisadas se mostraram estáveis. Logo, a amostra 3, que se mostrou instável, é excluída da análise para que a terceira iteração possa ser efetuada.

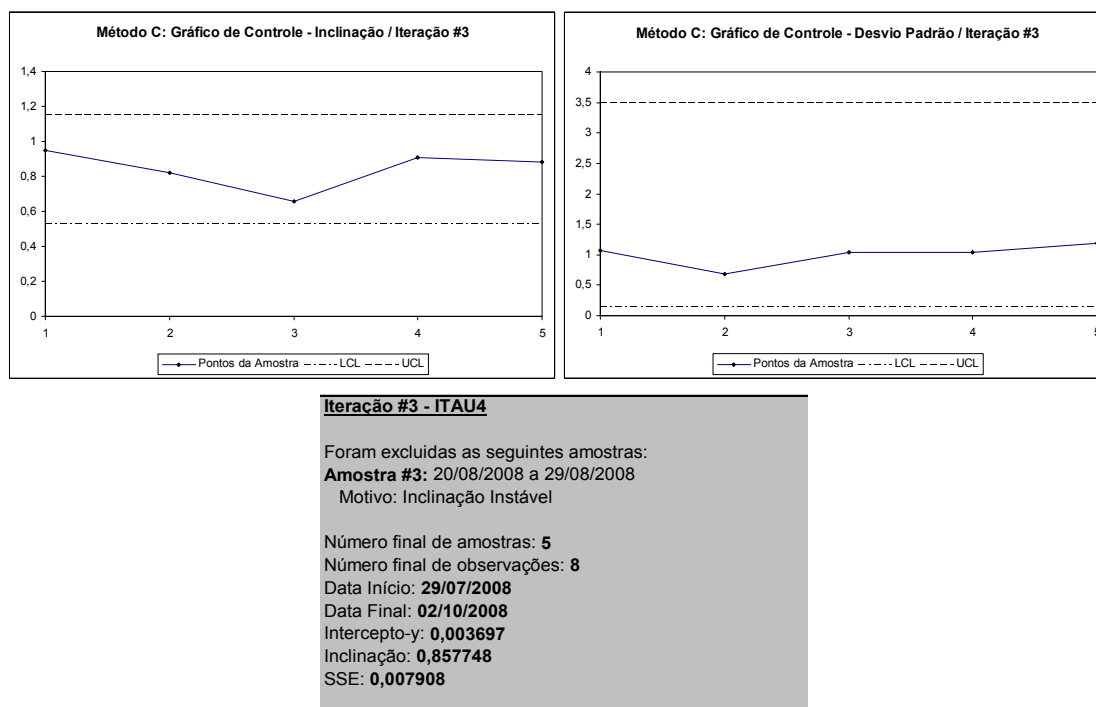
✓ *Iteração #3*

Figura 5.10 – Terceira iteração para ITAU4

Após todas as iterações necessárias até a constatação de estabilidade das amostras, observou-se uma melhora (apesar de pequena) na estimação do *beta*. Isto porque se a inclinação fosse estimada sem a remoção das amostras instáveis o valor da inclinação seria 0,862, enquanto que após a segunda e terceira iterações, o valor do *beta* da ação passou a ser 0,858, uma diferença de 0,004 entre as estimações, com variação de -0,48% (utilizando os valores com 6 casas decimais).

- Companhia Brasileira de Distribuição - PCAR4

O Grupo Pão de Açúcar será analisado como uma empresa de médio porte, com suas ações sendo bem menos negociadas na Bolsa se comparada às *Blue Chips* e *Large Caps*. Por ter um volume financeiro diário médio de R\$ 21 milhões, o horizonte de análise será maior, com maior número de observações por amostras. Esta mudança pode ser justificada pelo fato de que, quanto menor a liquidez da ação, menor a velocidade de ajuste na precificação do papel, sendo mais passível de

distorções em sua cotação. Logo, na tentativa de minimizar tais distorções, será utilizado um maior período de tempo, com um maior número de observações por amostra, como mostra a Tabela 5.5:

Tabela 5.5 - Dados de entrada para PCAR4

Ação	PCAR4
Data Inicial	14/04/2008
Data Final	02/10/2008
Número de observações por amostra	15

Serão utilizados aproximadamente 6 meses para a análise, com tamanho da amostra de 15 dias úteis, resultando em 8 amostras. Neste caso, foram utilizadas aproximadamente o dobro de observações por amostra, e o dobro do intervalo de tempo total de análise se comparado aos intervalos utilizados para as empresas de grande porte. A Figura 5.11 mostra as retas de regressão ao longo das amostras:

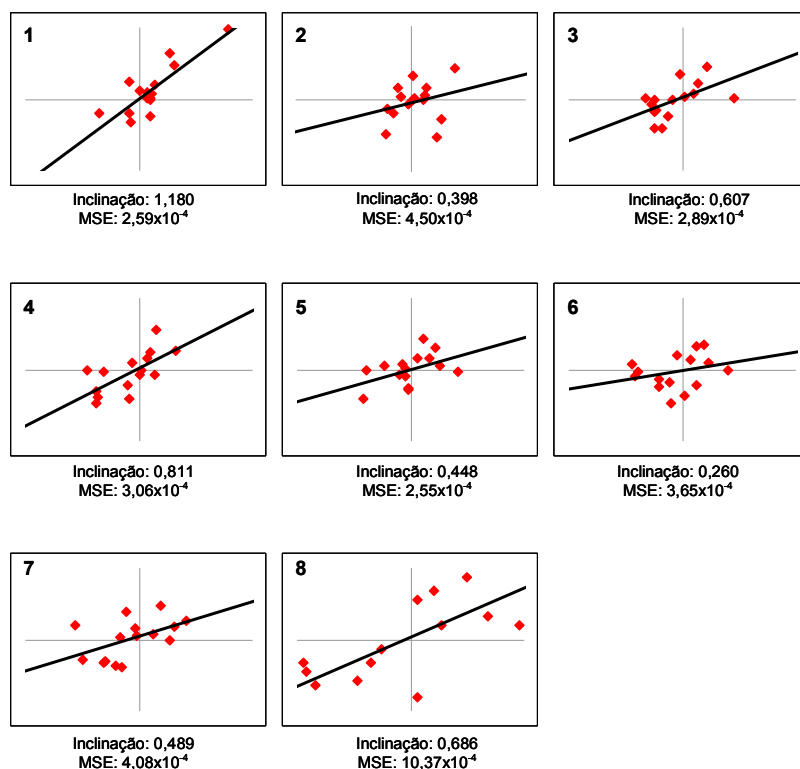


Figura 5.11 - Retas de regressão das amostras de PCAR4

Os seguintes resultados foram obtidos a partir do modelo:

✓ *Iteração #1*

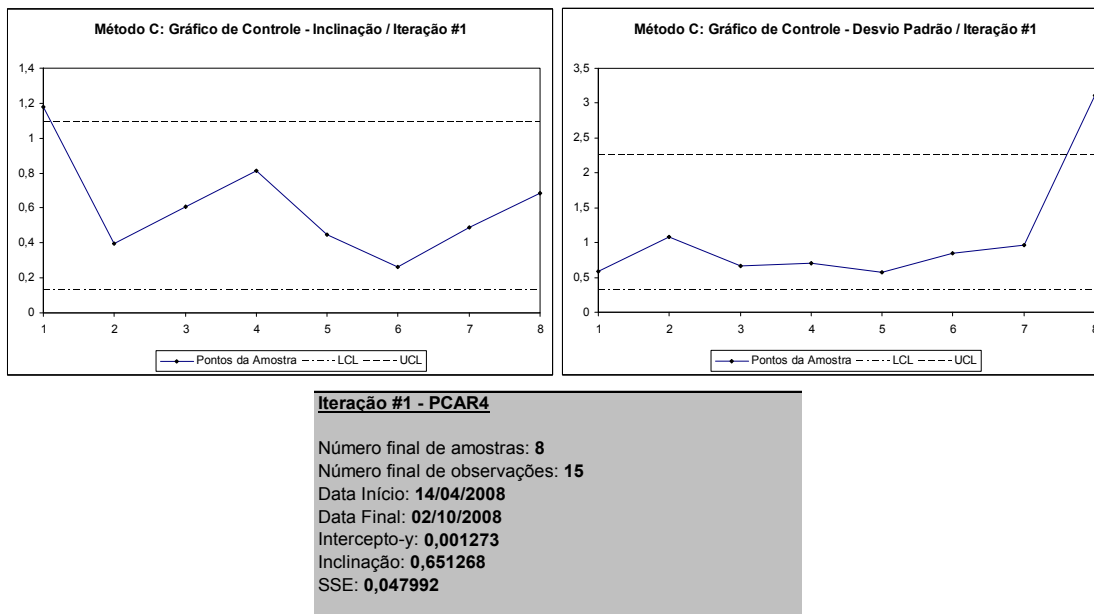


Figura 5.12 – Primeira iteração para PCAR4

A primeira iteração para a ação PCAR4, ilustrada pela Figura 5.12, mostra a inclinação da amostra 1 bastante diferente das demais (Figura 5.11), e uma instabilidade da amostra 8 com relação ao desvio-padrão. Assim, as amostras correspondentes aos pontos que se encontraram fora dos limites de controle são excluídas para que a segunda iteração da metodologia possa ser efetuada.

✓ Iteração #2

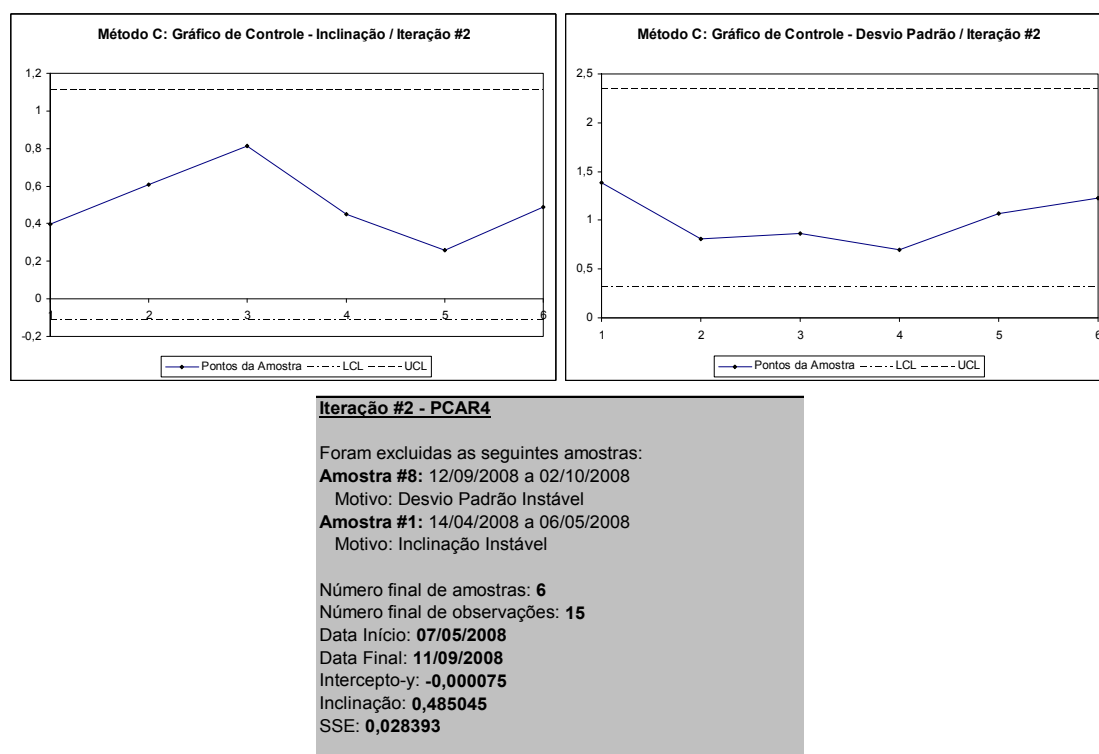


Figura 5.13 – Segunda iteração para PCAR4

Com a exclusão das amostras instáveis e a repetição da aplicação, os gráficos da Figura 5.13 mostram que os parâmetros da regressão estão *sob controle*. Portanto, a estimação da inclinação mudou de 0,651 para 0,485 após a segunda iteração. A diferença entre a estimação dos *betas* da primeira e segunda iterações é de 0,166, resultando em uma variação de -25,52% entre as estimativas (utilizando os valores com 6 casas decimais provenientes do modelo).

- Positivo Informática S.A. - POSI3

Dentre os quatro papéis estudados nesta seção do trabalho, as ações da Positivo Informática têm o menor volume financeiro negociado na Bolsa, e é a empresa com menor valor de mercado. Devido ao seu baixo nível de negociação, é razoável estabelecer um período de coleta das amostras maior que os demais, utilizando amostras com um maior número de observações, a fim de minimizar

quaisquer distorções em sua precificação. Para isso, serão utilizados os seguintes parâmetros de entrada do modelo:

Tabela 5.6 - Dados de entrada para POSI3

Ação	POSI3
Data Inicial	15/01/2008
Data Final	02/10/2008
Número de observações por amostra	20

São aproximadamente 8 meses e meio divididos em 9 amostras de 20 observações cada. Aproximadamente o triplo de observações por amostras e o triplo do período total de análise se comparado aos utilizados nas *Large Caps* e *Blue Chips*. As retas de regressão de cada amostra são representados de acordo com a Figura 5.14:

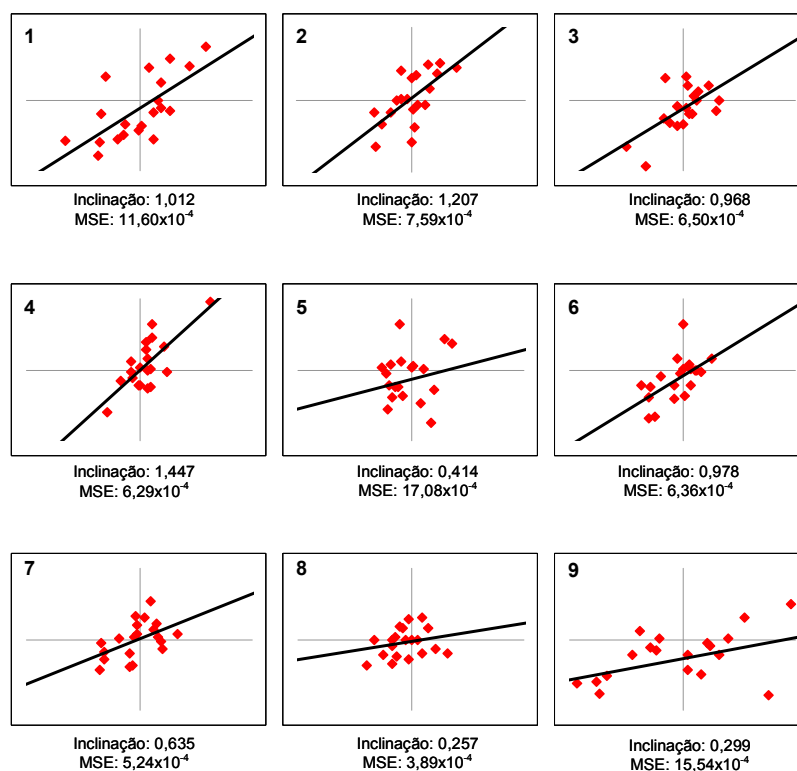


Figura 5.14 - Retas de regressão das amostras de POSI3

Pode-se perceber que no caso de empresas de pequeno porte, a relação dos seus retornos com os do Ibovespa não é tão bem definida como observa-se em

empresas maiores. O fato da baixa liquidez dos papéis, alta volatilidade e características inerentes à própria empresa, causam esta relação menos definida com o mercado. Essas características resultam em uma maior dificuldade para a estimação do *beta* da ação.

Aplicando o modelo para a ação da Positivo Informática tem-se:

✓ *Iteração #1*

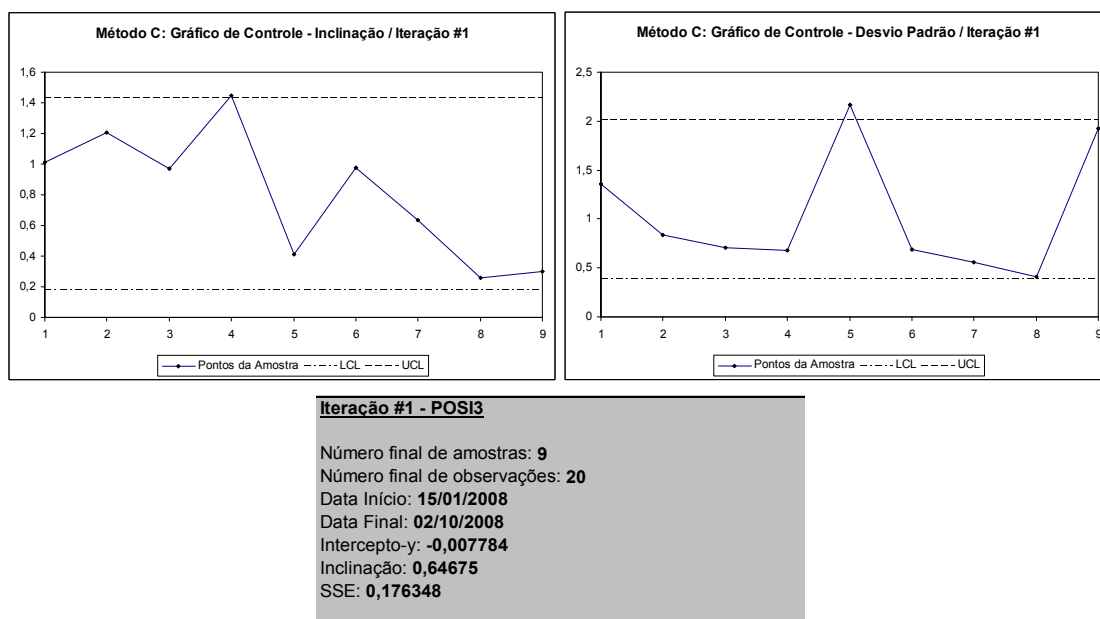


Figura 5.15 – Primeira iteração para POSI3

Os gráficos de controle da Figura 5.15 mostram a instabilidade dos pontos referentes às amostras 4 e 5, em relação à inclinação e ao desvio-padrão respectivamente. Como nos outros casos, as amostras serão excluídas para que uma melhor estimação possa ser realizada.

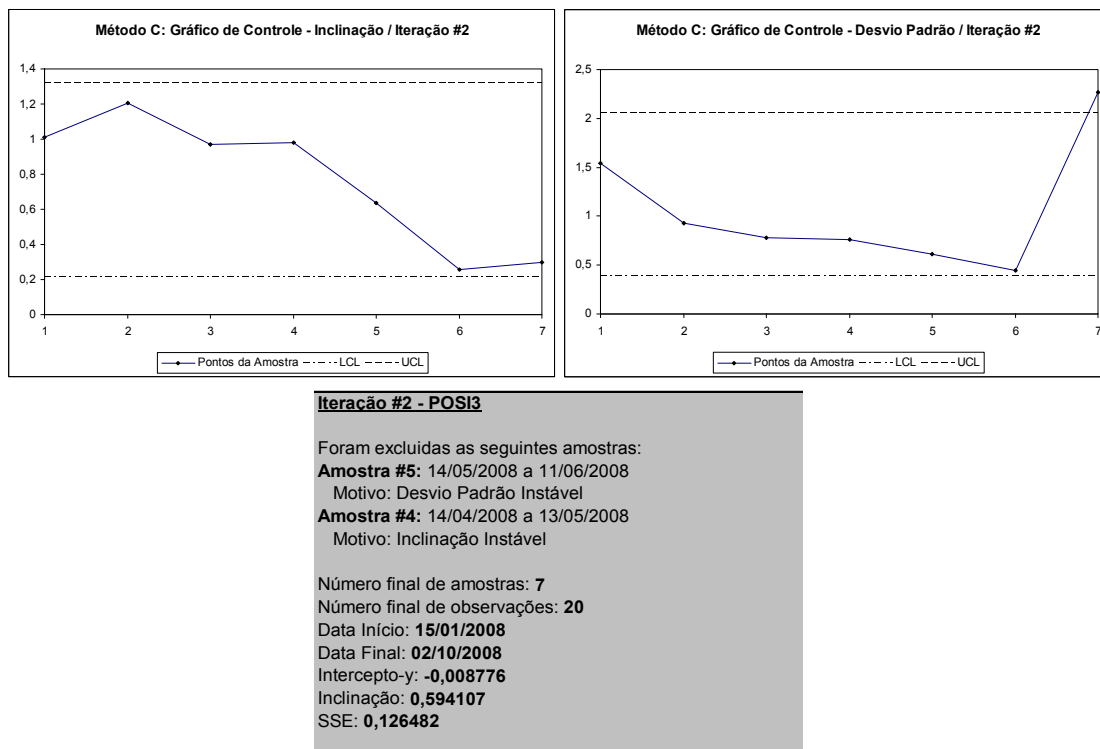
✓ *Iteração #2*

Figura 5.16 – Segunda iteração para POSI3

Após a segunda iteração, apesar das amostras se mostrarem estáveis quanto a inclinação, o ponto relacionado à amostra 7 do gráfico do desvio-padrão, se encontra fora dos limites de controle, indicando instabilidade neste parâmetro. Portanto, mais uma exclusão é realizada, e uma outra iteração executada.

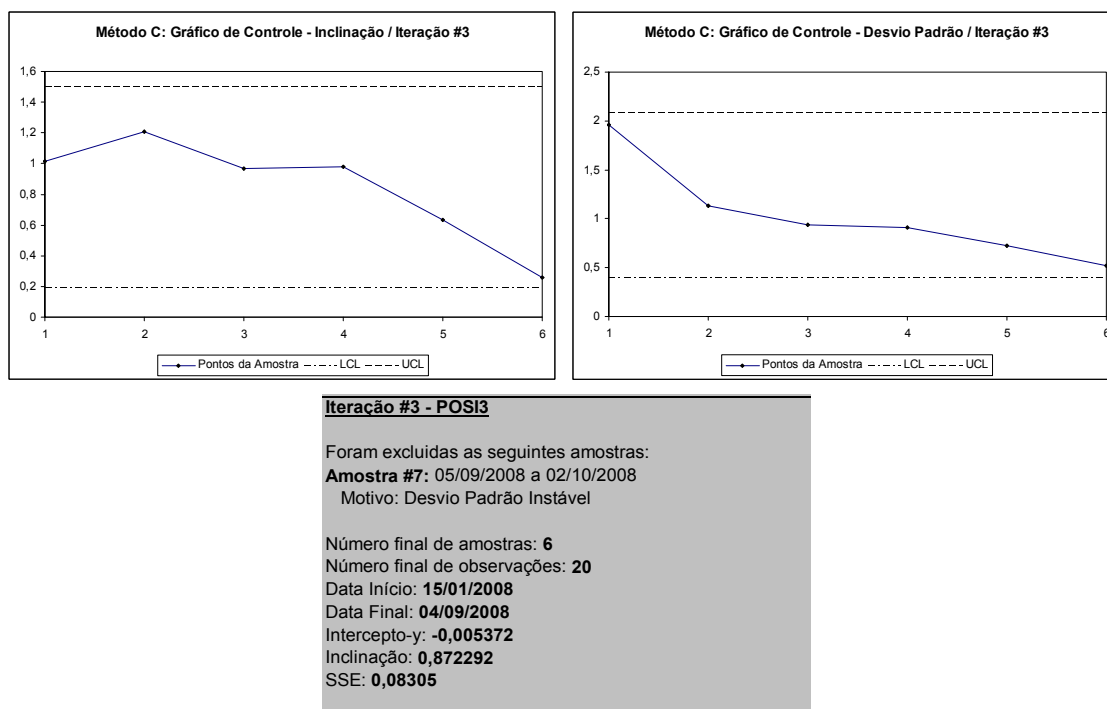
✓ *Iteração #3*

Figura 5.17 – Terceira iteração para POSI3

Para a primeira iteração, a inclinação obtida foi 0,647 , contra 0,872 obtida após a última iteração. A diferença entre as estimativas é de 0,225 , com uma variação de 34,87% (utilizando os valores com 6 casas decimais provenientes do modelo).

O resultado consolidado da aplicação do modelo para as quatro ações referentes às classes *Blue Chip*, *Large Cap*, *Mid Cap* e *Small Cap* é apresentado na Tabela 5.7:

Tabela 5.7 – Resultado Consolidado da aplicação do Modelo

Ação	PETR4	ITAU4	PCAR4	POSI3
Classe	<i>Blue Chip</i>	<i>Large Cap</i>	<i>Mid Cap</i>	<i>Small Cap</i>
Período analisado	04/07/08 a 02/10/08	04/07/08 a 02/10/08	12/04/08 a 02/10/08	15/01/08 a 02/10/08
Número aproximado de meses	3	3	6	9
Número de observações por amostra	8	8	15	20
Número inicial de amostras	8	8	8	9
Beta estimado na primeira iteração	107,94%	86,18%	65,13%	64,68%
Número de iterações	2	3	2	3
Beta estimado após a última iteração	110,73%	85,77%	48,50%	87,23%
Diferença	2,80%	-0,41%	-16,62%	22,55%
Variação	2,59%	-0,48%	-25,52%	34,87%

Como pode-se perceber, para as empresas de grande porte, cujas ações são bastante líquidas e negociadas com um volume financeiro sólido, a diferença entre o *beta* calculado na primeira iteração e o calculado após a última, não é grande se comparada às variações de empresas com ações menos negociadas na Bolsa. Um dos motivos para esta diferença é o fato das ações de empresas *Blue Chips* e *Large Caps* terem um alto volume de negociação ao longo do dia, permitindo ajustes e minimizando as distorções da precificação da ação. Em empresas de menor porte como as *Small Caps* e até as *Mid Caps*, as precificações das ações estão mais sujeitas a distorções, pelo fato de serem menos líquidas. Esse menor número de negociações possibilita certa distorção nos retornos diários das ações, dado que, de um modo simplificado, com um menor número de negociações a precificação da ação está sendo “ajustada” com menos frequência. É claro que possíveis distorções são rapidamente corrigidas ao longo dos dias. Essas distorções diárias podem influenciar

nos parâmetros da reta de regressão, resultando em uma instabilidade da amostra com relação às outras que compõem a análise.

Para ilustrar os resultados de uma forma prática, a seguir será apresentada a aplicação da estratégia *Market Neutral* para as quatro ações estudadas nesta seção.

Como detalhado na seção 3.1.3, o objetivo da estratégia *Market Neutral* é neutralizar a parcela do retorno do ativo que está relacionado ao retorno do mercado. Considerando que o retorno de um determinado ativo i segue a modelagem do *Market Model*, a equação de seu retorno pode ser escrita da seguinte forma:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_{IBOV} \quad (72)$$

onde R_i é o retorno do ativo i para o período t , R_{IBOV} é o retorno do Ibovespa no período t , α_i é o termo independente do retorno e β_i é o *beta* do ativo i . Com isso, pode-se definir R_{β_i} como a parcela do retorno de i relacionado ao mercado:

$$R_{\beta_i} = \beta_i R_{IBOV} \quad (73)$$

Portanto, o objetivo da estratégia é anular a relação do ativo com o mercado, isto é, anular R_{β_i} .

A partir deste ponto do trabalho, para um dado ativo i , o *beta* estimado pela primeira iteração do modelo, isto é, o *beta* estimado pela simples aplicação do método dos mínimos quadrados no período desejado, será identificado como $b_{inicial,i}$. Logo, o *beta* estimado após a última iteração do modelo será definido como $b_{final,i}$.

Assim, para que a estratégia de neutralização do risco de mercado possa ser estruturada, estabelece-se uma posição comprada do ativo i , obtendo o retorno relacionado ao mercado ($\beta_i R_{IBOV}$) deste ativo. Ao mesmo tempo, estabelece-se uma posição vendida em contratos futuros de Ibovespa na proporção de b_{xi} , gerando um retorno proporcional a b_{xi} e contrário ao retorno do Ibovespa ($-b_{xi} R_{IBOV}$). Logo, a soma das duas posições (comprada e vendida) é o retorno da estratégia como um todo, dado por:

$$R_{Ei} = \beta_i R_{IBOV} - b_{xi} R_{IBOV} \quad (74)$$

onde R_{Ei} é o retorno da estratégia *Market Neutral*, e b_{xi} é o estimador de *beta* usado na estratégia, que pode ser $b_{inicial,i}$ ou $b_{final,i}$.

Para ilustrar as diferenças do uso do estimador $b_{inicial,i}$ e $b_{final,i}$ na estratégia, será determinado um valor para β_i . Como acredita-se que o uso do modelo proposto neste trabalho aumenta a precisão da estimação do *beta*, será determinado que o valor de β_i está mais próximo do valor de $b_{final,i}$ do que de $b_{inicial,i}$. Lembrando que pouco importa o valor determinado, dado que o propósito desta seção do trabalho é ilustrar a diferença do uso de uma melhor ou pior estimação na estratégia.

Com isso, os valores de β_i foram determinados para os quatro ativos analisados, e são apresentados, juntamente com os estimadores, na Tabela 5.8:

Tabela 5.8 – Valores dos <i>betas</i> determinados			
Ação	Beta estimado na primeira iteração (b-inicial)	Beta estimado após a última iteração (b-final)	Beta "real" estabelecido
PETR4	107,94%	110,73%	112,00%
ITAU4	86,18%	85,77%	85,00%
PCAR4	65,13%	48,50%	47,00%
POSI3	64,68%	87,23%	89,00%

As Figuras 5.18, 5.19, 5.20 e 5.21 mostram o retorno acumulado das estratégias (R_{Ei}) utilizando os estimadores $b_{inicial}$ e b_{final} . Para cada ativo foi considerado o respectivo período utilizado na execução do modelo proposto para a estimação dos *betas*. Lembrando que o objetivo da estratégia é o retorno R_{Ei} estar o mais próximo de zero possível.

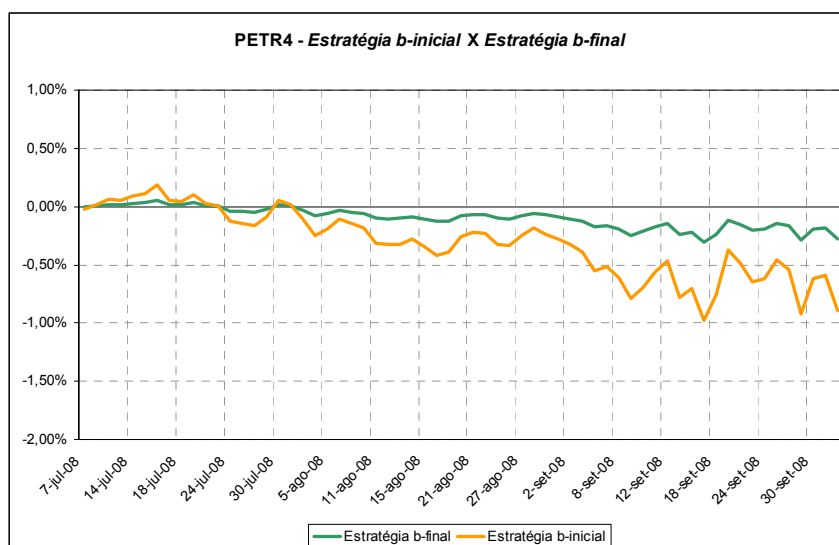


Figura 5.18 – Gráfico comparativo b-inicial contra b-final para PETR4

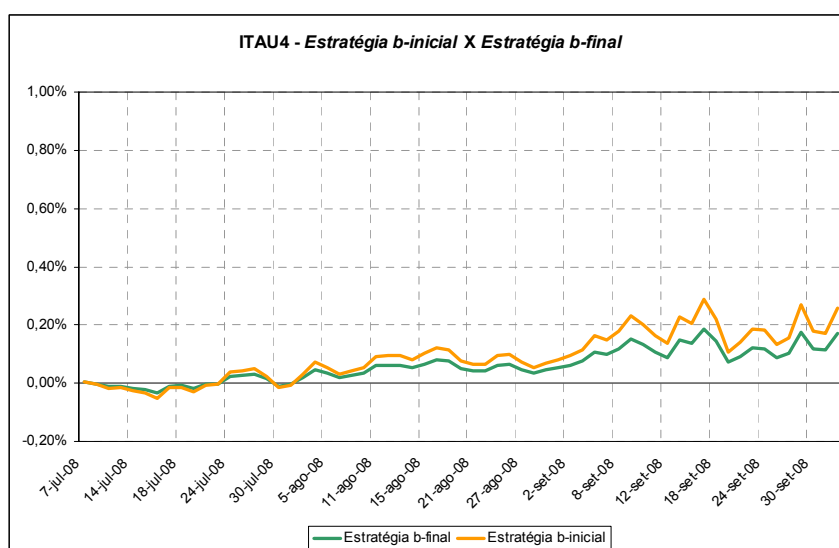


Figura 5.19 - Gráfico comparativo b-inicial contra b-final para ITAU4

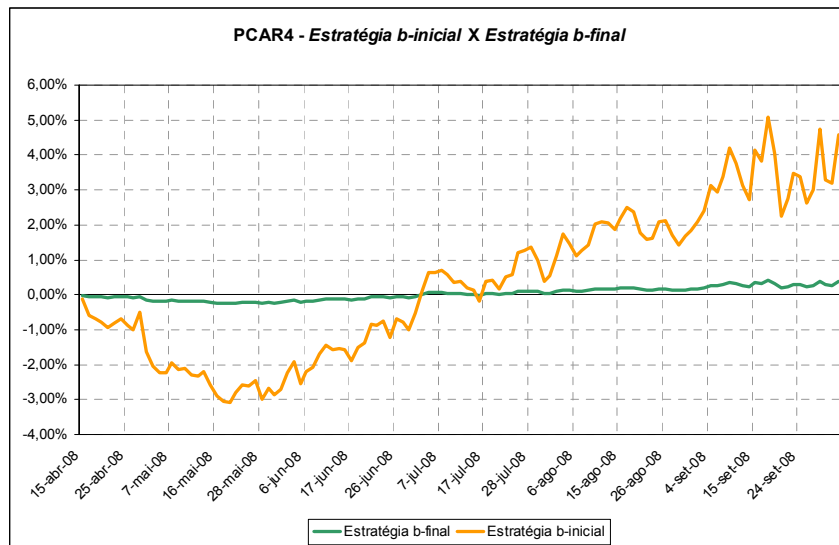


Figura 5.20 - Gráfico comparativo b-inicial contra b-final para PCAR4

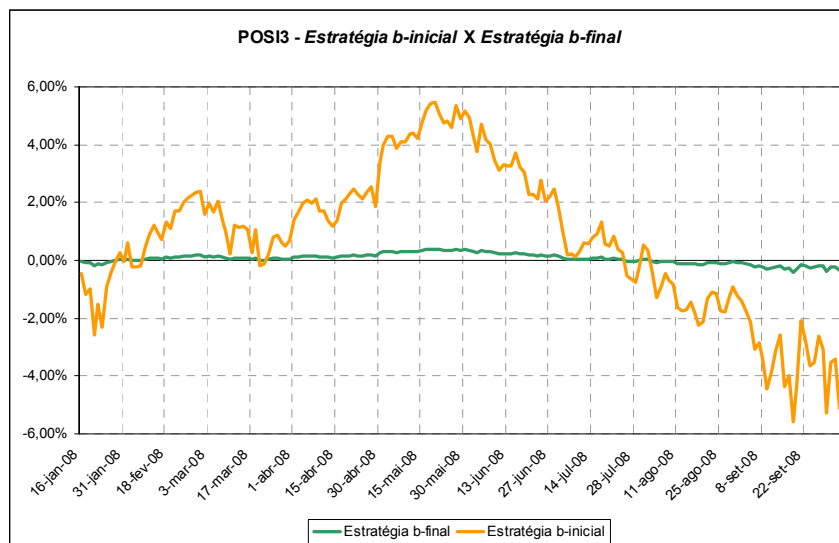


Figura 5.21 - Gráfico comparativo b-inicial contra b-final para POSI3

Como pode-se observar nas Figuras 5.18, 5.19, 5.20 e 5.21, o retorno acumulado da estratégia utilizando b_{final} é próximo de zero, independente do movimento de mercado. Este resultado já era esperado, dado que o β do ativo foi fixado como um valor próximo de b_{final} . Porém, o que se pretende mostrar é que utilizando uma estimativa de β que não reflete de maneira precisa o β real do ativo, a estratégia se torna ineficaz.

Sabe-se que o objetivo é anular o retorno da estratégia (R_{Ei}) ou mantê-lo o mais próximo de zero possível. Porém, utilizando a estimativa $b_{inicial}$, que é menos precisa que a b_{final} , o retorno da estratégia, em vez de ficar próximo de zero, segue em parte os movimentos de mercado. Isto é, o risco de mercado do ativo está menos neutralizado quando se utiliza $b_{inicial}$ ao invés de b_{final} . É possível observar esta diferença claramente nas Figuras 5.20 e 5.21, pois para PCAR4 e POSI3 as diferenças entre os valores de $b_{inicial}$ e b_{final} foram maiores, destacando com maior intensidade a diferença entre suas utilizações na estratégia.

Portanto, a utilização de uma estimativa de *beta* menos precisa resulta em uma menor eficácia da estratégia *Market Neutral*. Desta forma, o ativo estará mais exposto às movimentações do mercado do que estaria se o *beta* utilizado representasse de forma mais adequada à realidade.

Assim, através do desenvolvimento do modelo proposto, procurou-se uma melhor forma para a estimação do *beta* de ativos. O intuito foi aumentar a eficácia da estratégia de neutralização de risco de mercado (*Market Neutral*) a que esses ativos estão expostos. Para tanto, foi utilizada a Fase I da teoria do Monitoramento de Perfil Linear, que visa comparar os parâmetros das retas de regressão produzidas pelas diversas amostras coletadas, a fim de detectar aquelas cujos parâmetros da reta estão instáveis. Tais instabilidades causam uma distorção na estimação dos parâmetros no período total analisado.

Logo, estudando a evolução do *beta* de um determinado ativo ao longo do tempo, foi possível a detecção e remoção de instabilidades, obtendo uma estimação mais precisa deste parâmetro. Esta maior precisão resultou em uma maior eficácia na aplicação da estratégia de neutralização do risco de mercado do ativo.

Capítulo 6: CONCLUSÃO

6. CONCLUSÃO

Este Trabalho de Formatura estudou o problema da estimação do *beta* de ações e sua aplicação na estratégia de neutralização do risco de mercado a que estes ativos estão expostos. Para alcançar uma estimação mais precisa, foi proposto o uso da Fase I do Monitoramento de Perfil. O estudo desta ferramenta estatística é muito recente, com a maior parte de seu progresso nos últimos 10 anos. Apesar de pouco explorada até o momento, o potencial de sua aplicabilidade é indiscutível. Sua finalidade neste trabalho foi comparar e monitorar a estabilidade da inclinação (*beta*) e desvio-padrão de diversas retas de regressão, para que a estimação do *beta* pudesse ser feita com base em parâmetros estáveis.

Primeiramente, foram analisadas quatro metodologias para aplicação da Fase I do Monitoramento de Perfil. Através de critérios como eficiência em detecção de mudanças na inclinação e interpretabilidade dos gráficos de controle, o método proposto por Kim et al. (2003) foi considerado o mais adequado às propostas deste trabalho.

Com base na metodologia escolhida, foi proposto um modelo para analisar a estabilidade do *beta* de ações relacionado ao Índice Bovespa. Assim, foram definidas quatro ações, com diferentes características, principalmente relacionadas à liquidez, para que o modelo fosse aplicado. O primeiro passo da análise foi estabelecer um período de tempo e número de observações por amostra, resultando em uma quantidade total de amostras no período. Com a aplicação do modelo, as inclinações das retas de regressão de cada amostra eram comparadas, para que sua estabilidade pudesse ser determinada. O mesmo ocorria para o desvio-padrão. Se amostras instáveis fossem detectadas, as mesmas eram retiradas do estudo, e o modelo aplicado novamente. Esta rotina se repetia até que todas as amostras estudadas se encontrassem *sob controle*.

Após determinada a estabilidade da inclinação e desvio-padrão ao longo das amostras, foi possível estimar de forma mais precisa o *beta* do ativo sob análise. Isso se deve ao fato de amostras instáveis, que causavam distorções na estimação, serem excluídas da análise, minimizando discrepâncias desta natureza na estimativa.

Para ilustrar os resultados do modelo, foi comparada a utilização da estimação, antes e após a aplicação do modelo, na estratégia de neutralização de risco de mercado (*Market Neutral*) dos ativos estudados. O propósito desta etapa do trabalho foi destacar a perda de eficiência na estratégia quando se adota uma estimação de *beta* distorcida.

Assim, o Trabalho de Formatura apresentado visou estudar a aplicação do Monitoramento de Perfil para uma melhor estimação do *beta* de ações. Com isso, acredita-se que a proposta abordada neste trabalho tenha amplas possibilidades de aplicação no setor financeiro. Dentre elas, pode-se destacar a utilização da estimativa do *beta* na determinação do grau de influência que setores da economia exercem sobre a ação de uma determinada empresa, ou em outras aplicações de estratégias *Long and Short*, em que são combinadas posições compradas e vendidas de ações ou derivativos.

Como destacado no início desta seção, pelo fato do estudo do Monitoramento de Perfil ser muito recente, e suas aplicações ainda estarem sendo exploradas, existem diversas possibilidades para estudos futuros. Uma delas seria sua aplicação em teorias financeiras cujos retornos dos ativos são explicados por modelos de regressão múltipla, em que são consideradas influências de diferentes setores da economia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, J. M. **Fundamentos de Investimentos**. 3 ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.
- DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied Regression Analysis**. 2 ed. New York: Wiley, 1981.
- FAMA, E. F. **Foundations of Finance**. New York: Basic Books, 1976.
- FORTUNA, E. **Mercado Financeiro: Produtos e Serviços**. 14 ed. Rio de Janeiro: Qualitymark Ed., 2001.
- KANG, L.; ALBIN, S. L. **On-line Monitoring When the Process Yields a Linear Profile**. Journal of Quality Technology, v.32, p.418-426, 2000.
- KIM, K.; MAHMOUD, M. A.; WOODALL, W. H. **On the Monitoring of Linear Profiles**. Journal of Quality Technology, v.35, p.317-328, 2003.
- MAHMOUD, M. A.; WOODALL, W. H. **Phase I Analysis of Linear Profiles with Calibration Applications**. Technometrics, v.46, p.377-391, 2004.
- MARKOWITZ, H. M. **Portfolio Selection**. Journal of Finance, v.7, n.1, p.77-91, 1952.
- MAYERS, R. H. **Classical and Modern Regression With Applications**. 2 ed. Belmont: Duxbury, 1990.
- MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control**. 2 ed. New York: John Wiley, 1991.
- NETO, A. A. **Finanças Corporativas e Valor**. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2006.
- NETO, A. A. **Mercado Financeiro**. 7 ed. São Paulo: Atlas, 2006.
- SHARPE, W. F. **A Simplified Model for Portfolio Analysis**. Management Science, v.9, n.1, p.277-293, 1963.
- SHARPE, W. F. **Capital Asset Prices: Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk**. Journal of Finance, v.19, n.3, p.425-442, 1964.
-

SHARPE, W. F. **Portfolio Theory and Capital Markets**. New York: McGraw-Hill, 1970.

SHARPE, W. F.; GORDON, J. A.; JEFFERY, V. B. **Investments**. 5 ed. New Jersey: Prentice Hall, 1995.

STOVER, F. S.; BRILL, R. V. **Statistical Quality Control Applied to Ion Chromatography Calibrations**. Journal of Chromatography, v.804, p.37-43, 1998.

WOODALL, M. H. **Current Research on Profile Monitoring**. Revista Produção, v.17, n.3, p.420-425, 2007.

WOODALL, M. H.; SPITZNER, D. J.; MONTGOMERY, D. C.; GUPTA, S. **Using Control Charts to Monitor Process and Product Profiles**. Journal of Quality Technology, v.36, p.309-320, 2004.

- WEBSITES:

BM&F BOVESPA. Disponível em: <http://www.bmf.com.br>. Acesso em: 22 de Junho de 2008.

BM&F BOVESPA. Disponível em: <http://www.bovespa.com.br>. Acesso em: 10 de Junho de 2008.

MZ UNIVERSITY. Disponível em: <http://www.mzuniversity.com.br>. Acesso em: 14 de Agosto de 2008.

ANEXO

ANEXO

Anexo A – Detalhamento do Modelo (Programa)

Este anexo tem a finalidade de detalhar o modelo criado para aplicação da proposta deste trabalho. Toda a planilha eletrônica e programação lógica foram efetuadas utilizando o software *Microsoft Office Excel 2003*[®]. A programação foi desenvolvida na linguagem *VBA (Visual Basic for Application)*, para os quatro métodos.

A planilha eletrônica é constituída de duas planilhas ligadas aos dados de entrada do modelo, duas planilhas ligadas à base de dados com as cotações diárias das ações, e quatro conjuntos de cinco planilhas, em que cada conjunto corresponde a um dos quatro métodos apresentados neste trabalho.

As duas planilhas iniciais são nomeadas *Formulário* e *Dados de Entrada*. A planilha *Formulário* contém as informações de entrada do modelo, como: o método que se deseja utilizar, a ação que será analisada, as datas inicial e final, o número de observações por amostra, o intervalo de confiança e os parâmetros que se deseja analisar. A planilha de *Dados de Entrada* tem a finalidade de auxiliar na ordenação dos valores de X e Y que serão obtidos da planilha *Var Diária*. A Figura A.1 mostra a planilha *Formulário*:

The screenshot displays an Excel spreadsheet with a data entry form overlaid. The form includes the following elements:

- Method Selection:** Four checkboxes for 'Método A', 'Método B' (checked), 'Método C' (checked), and 'Método D'.
- Papel:** A dropdown menu currently set to 'PETR4'.
- Data Range:** Fields for 'Data Inicial' (02/06/2008) and 'Data Final' (02/10/2008).
- Observations:** A field for 'Número de observações por amostra' set to 8.
- Confidence Interval:** A field for 'Intervalo de Confiança' set to 97,5%.
- Options:** Checkboxes for 'Inclinação' (checked), 'Desvio-Padrão' (checked), and 'Coeficiente Linear' (unchecked).
- Action Buttons:** Two blue buttons labeled 'Executar com Verificação AUTOMÁTICA' and 'Executar com Verificação MANUAL'.

The Excel status bar at the bottom indicates the active sheet is 'Formulário' and lists other sheets: 'Dados Entrada', 'D.A. |A|', 'P1 |A|', 'P2 |A|', 'Outs |A|', 'G.C. |A|', 'D.A. |B|', 'P1 |B|', 'P2 |B|', 'Outs |B|', 'G.C. |B|', 'D.A. |C|', 'P1 |C|', 'P2 |C|', 'Outs |C|'.

Figura A.1 - Planilha *Formulário* do modelo

O botão *Executar com Verificação AUTOMÁTICA* executa os métodos escolhidos, realizando todas as iterações necessárias automaticamente, isto é, se existem pontos fora dos limites de controle, as amostras a eles relacionadas são excluídas da análise, e os métodos são realizados novamente. Com o botão *Executar com Verificação MANUAL*, o programa executa apenas a primeira iteração, e o usuário decide qual amostra excluir para a próxima iteração do modelo.

Para a execução de cada método, cinco planilhas específicas de cada método são utilizadas. O conjunto é formado de uma planilha para os dados de entrada (X e Y), três planilhas intermediárias, onde todos os cálculos serão executados, e a planilha de saída, nomeada *G.C. |Método|*, onde G.C. significa Gráficos de Controle. A Figura A.2 mostra uma das planilhas intermediárias, contendo os cálculos:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
Amostra (k)	$\bar{y}$	$\bar{x}$	Intercepto y (a0)	Inclinação (a1)	MSEj	Sxxj	$\bar{z}$	$\bar{z}$ barra	t	Matriz (S2j)	T*2j	UCL	F1	F2	F3	F	Datas
1	-0.009	-0.0102	0.005259706	1.402929188	0.000342186	0.002814383	0.00338095	0.428982	5.2164E-05	0.00116584	1.79364	7.805922	2	66	0.025	3.902961	02/06/08 a 11/06/08
2	-0.0041	-0.004	-0.001239586	0.710449426	0.000251258	0.001558988	-0.0031183	-0.2835	0.00116584	0.11455024	0.485442	7.805922					12/06/08 a 23/06/08
3	-0.0036	-0.0105	0.008229549	0.931863933	0.000181209	0.003670515	0.0043508	-0.04208	4.3597E-05	0.00082837	0.649672	7.805922					24/06/08 a 03/07/08
4	-0.0083	0.00577	-0.005317687	-0.509325365	0.000384844	0.000387782	-0.0071964	-1.48327	0.00082837	0.20765893	9.542341	7.805922					04/07/08 a 16/07/08
5	-0.018	-0.0107	-0.000547064	1.4424973	0.00026103	0.001769668	-0.0024258	0.46855	5.0067E-05	0.00052626	2.837164	7.805922					17/07/08 a 28/07/08
6	-0.0031	0.00061	-0.003731257	1.060016115	0.00051414	0.00453028	-0.00581	0.086809	0.00092626	0.08783189	0.9576	7.805922					29/07/08 a 07/08/08
7	-0.0044	-0.0075	0.004143727	1.135311082	0.000291872	0.001398872	0.00226497	0.181364	6.953E-05	-0.005062	0.154472	7.805922					08/08/08 a 19/08/08
8	0.00881	0.00483	0.001960229	1.416930455	0.000163627	0.002429669	0.1474E-05	0.442983	-0.005062	0.87857385	1.761805	7.805922					20/08/08 a 29/08/08
9	-0.0238	-0.014	-0.009123193	1.054098279	0.000149176	0.003825031	-0.0110019	0.080149	6.1419E-05	0.00196856	4.097579	7.805922					01/09/08 a 10/09/08
10	0.02698	0.00627	0.02013451	1.090728283	0.000738615	0.024009474	0.01825576	0.116781	0.00196856	0.1831057	10.99643	7.805922					11/09/08 a 22/09/08
11	-0.0091	-0.0123	0.002897341	0.977922889	0.000268314	0.022230404	0.00101859	0.003976	4.0325E-05	-4.335E-05	0.028861	7.805922					23/09/08 a 02/10/08
12	Media	-0.0042	-0.0047	0.001878754	0.973947233	0.000322388	0.00630656			-4.335E-05	0.0711633						
13										5.3327E-05	0.00173283						
14										0.00173283	0.23040290						
15										4.3387E-05	-0.0006412						
16										-0.0006412	0.13268818						
17										5.6881E-05	0.0011822						
18										0.0011822	0.0423353						
19										4.081E-05	-8.153E-06						
20										-8.153E-05	0.01299456						
21										4.2499E-05	0.00017865						
22										0.00017865	0.01450213						
23																	
24																	
25																	
26																	
27																	
28																	
29																	
30																	
31																	
32																	
33																	
34																	
35																	
36																	
37																	
38																	
39																	
40																	
41																	
42																	
43																	
44																	
45																	
46																	
47																	
48																	
49																	
50																	
51																	
52																	
53																	
54																	
55																	
56																	
57																	
58																	

Figura A.2 – Planilha de cálculos do método B

Para finalizar a apresentação do modelo, a Figura A.3 mostra a saída utilizando o método C, método escolhido neste trabalho, contendo dois gráficos de controle e um quadro resumo por iteração:

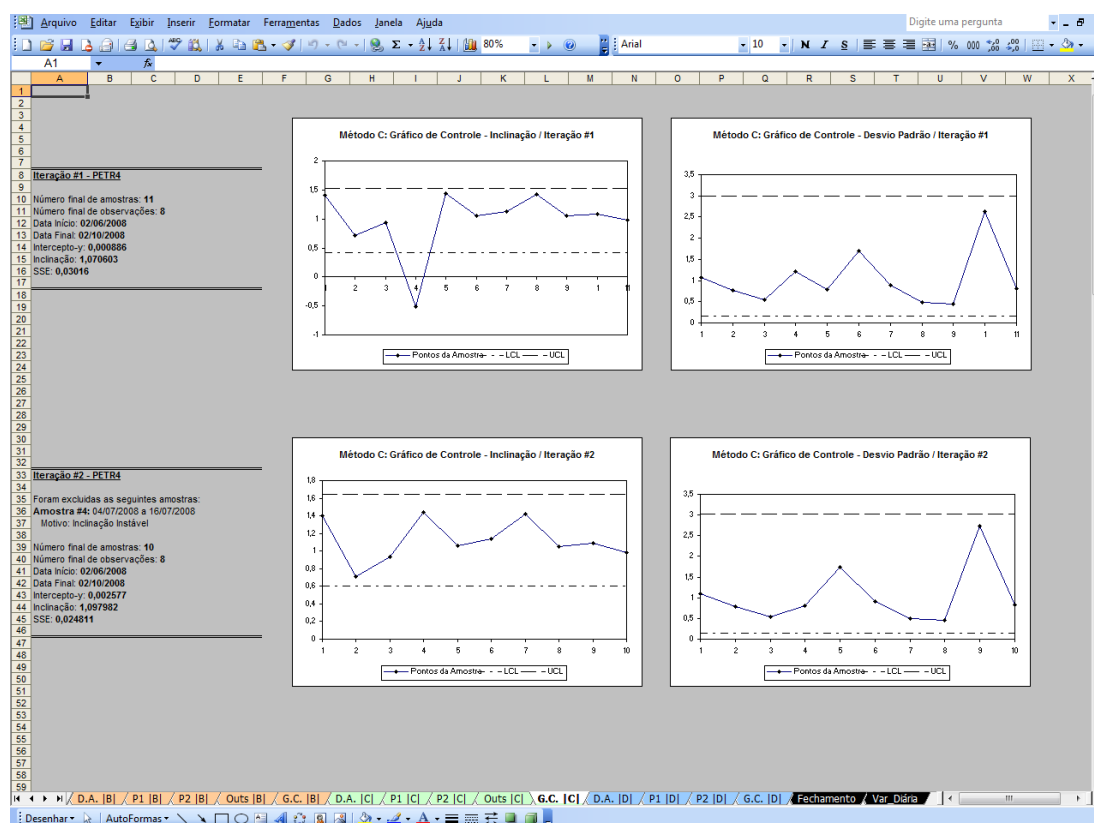


Figura A.3 – Planilha *Gráficos de Controle* do método C

Foi com base na planilha *Gráfico de Controle* apresentada na Figura A.3 que foram apresentados os resultados da aplicação para as quatro ações analisadas neste Trabalho de Formatura.

